# 地

# 震

## 第 2 輯

## 第14卷 第1號

昭和36年

説
広域変成作用と地殻の物性・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・
等方等質弾性体の運動方程式の解についての注意
ーとくに無限弾性体の境界値問題の解の一意性に関連してー ・・・・・・宇佐美竜夫・・18
平均有感半径が最大有感距離より地震の規模別に有効・・・・・・・・・・・宮本貞夫・・29
<b>M-r</b> 曲線について (r は平均有感半径)・・・・・・・・・・・・・・・・・宮本貞夫・・33
4-PS 曲線による浅発性地震の震源の深さの決定方法 · · · · · · · · 宮本貞夫 · · 39
書
爆破地震波動の減衰係数について飯田汲事・青木治三・福井幸夫…55
SH 波源による任意角の Edge をもつた弾性体中の波動 ・・・・・・ 太 田 裕・57
線形二階常微分方程式の漸近展開 ・・・・・・・・・・・・・・・竹内 均・斎藤正徳59
震 時 報60
会 記 事60

#### 地震学会々則

- 1. 本会は地震およびこれに関連する諸現象の研究並びにその応用に関する知識を交 換,普及し震火災防止に貢献することを目的とする.
- 本会は地震学会と称して, 事務所を東京大学地球物理学教室内におく.
- 本会はその目的を達するため下記の事業を行う.
  - (i) 通常総会および臨時総会
- (ii) 学術講演会
- (iii) 会誌「地震」の発行
- (iv) 其他必要なる事業

通常総会は毎年必ず1回適当な時期に行い、臨時総会は委員5名以上あるいは会 員 30 名以上の請求のあつた時に開く. 総会の成立は普通会員 1/5 以上の出席 (委任状を含む)を要する.

- 本会々員は名誉会員、普通会員、購読会員、及び賛助会員とする。会員となろう とする者は会費1ケ年分をそえて本会事務所へ申込むものとする.
- 地方あるいは特別の機関等に支部をおくことができる. 5.
- 委員長1名,委員若干名をおく. 6.
- 委員長は本会を代表し、各委員は編輯、庶務、会計等の事務を分担し、そのため に若干名の幹事をおくてとが出来る. 幹事は委員長が委嘱する.
- 本会には顧問若干名をおくことができる. 8.
- 委員は普通会員の互選によつて選出する. 委員長は委員の互選による. 委員長及 9. び委員の任期は1年とし、再選をさまたげない.
- 10. 委員及び委員長の更迭期を3月末とする.途中補欠として加つたものの任期は前 任者の残存期間とする.

#### 附

- 普通会員,購読会員の会費は1年500円とする. 1.
- 2. 会費年1口(10000円)以上をおさめたものを賛助会員とする。
- 3. 支部のないときは連絡幹事をおく. 連絡幹事は委員長が委嘱する.
- 本会則は総会(又は臨時総会)に於て出席会員の渦半数の替成により改訂又は附 加することが出来る.

#### 委 [ (1960 年 3 月選出)

委員長 飯田汲事

委員飯田汲事(名古屋大) 早川正已(地質調) 本多弘吉(東大) 友田好文(東大) 金子徹一(地質調) 金井 清(東 大) 田治米鏡二(北 大) 坪井忠二(東 大) 井上宇胤(気象庁) 松沢武雄(北 大) 田 浅野周三(東大) 大) 佐藤良輔(東 佐藤泰夫(東 三木晴男(京大) 島津康男(名古屋大) 下鶴大輔(九

萩原尊礼(東大) 和 達 清 夫(気象庁) 笠原慶一(東大) 宇津徳治(気象庁) 望(北大) 大)

大)

西村英一(京 河角 広(東 大) 竹内 均(東 大) 宇佐美竜夫(気象庁) 浅田 敏(東 佐々憲三(京 広野卓蔵(気象庁)

鈴木次郎(東北大) 末広重二(気象庁) 庶務係幹事 友田好文·浅野周三·島津康男·宇佐美竜夫

会計係幹事 宇津徳治・佐藤良輔 計 鈴木次郎·金子徹一 查

編輯係幹事 竹内 均・小林直太・赤松 敬・安芸敬一

学会連合連絡幹事 広野卓蔵

地方連絡幹事 田治米鏡二・鈴木次郎・島津康男・三木晴男・下鶴大輔 坪井忠二・松沢武雄・萩原尊礼・本多弘吉・佐々憲三 編集委員会委員 顧 中村左衛門太郎·北 沢 五 郎

### 広域変成作用と地殼の物性

名古屋大学地球科学教室 島 津 康 男 (昭和 35 年 12 月 12 日受理)

#### Regional Metamorphism and Physical State of the Crust

Yasuo Shimazu Institute of Earth Scicences, Nagoya University

(Received Dec. 12, 1960)

The process of regional metamorphism during a geosynclinal subsidence of the earth's crust is physically interpreted as interactions among heat flow, water flow, and chemical reactions. Physical state variables are: temperature T, rock pressure  $P_s$ , and water pressure  $P_f$ . A condition  $P_f \lesssim P_s$  appears to be satisfied in actual metamorphic belts.

A formulation of physical model of regional metamorphism is carried out. The following quantities are the essential factors: rate of subsidence of the crust (W), relaxation time of thermal equilibrium  $(t_T)$ , relaxation time of osmotic equilibrium  $(t_{0S})$ , and rate of metamorphic reactions  $(J_0)$ . The rate of geosynclinal subsidence is obtained as an order of  $0.1\,\mathrm{cm/year}$ . The rock pressure  $P_s$  is increased by several kilobars during an order of  $10^7$  years.

Three types of metamorphic reactions are adopted as models, and variations of temperature and water pressure during a process of regional metamorphism are calculated. The physical state of the crust and the upper mantle is inferred in the light of the calculated results. The flow diffusivity of water within the crust is estimated as an order of  $10^{-2}$  cm²/sec. It is shown that the normal temperature gradient has no significance during metamorphism and that the heat flow from the mantle toward the crust is an essential factor to determine the types of regional metamorphism. An extraordinary feature of Sanbagawa metamorphic belt in the south-western Japan is briefly discussed in relation to the physical structure of the earth's interior.

#### §1. はじめに

すでに存在していた岩石が地殻の内部的な原因によって、その鉱物組成や組織を変えるとき これは変成作用と呼ばれている。その原因は直接的には温度・圧力などの物理条件が変化する からである。だから変成岩の組成を調べ、それを作っている鉱物がどんな温度・圧力の下で安 定であるかを他のことから知っていれば、変成作用のさいに起こった物理条件を推定すること ができる。鉱物生成の安定条件は、高温・高圧下での実験や、熱化学的な計算から知ることが できる。しかし、変成作用が行なわれたときの物理条件を定量的に与えることは地質学の分野 ではまだほとんど行なわれていない。その原因の一つは岩石が複雑な多成分系で、いろいろの 構成鉱物間の相互作用が安定条件の決定を困難にしているからである。これを救う一つの道 は、より自然に近い複雑な鉱物の合成実験を高温・高圧の下で行なうことで、最近相当の進歩をとげつつある。もう一つの道として次のことを考えてみる。すなわち、変成作用が進行するに足る温度・圧力が地殻のもつ物理的性質からみてどの程度実現しうるものか。すなわち地殻に対して異常な(といつても考えられる程度の)物理条件を与えて岩石系におよぼすレスポンスをみ、それが地質年代の間にどう変つていくものかを数値実験してみるのである。このためには当然変成作用の原因は何かを調べる必要がある。以上は変成作用を地質学、もしくは岩石学の対象としてでなく、地球物理学の対象としてもとらえることを意味しており、以下述べるところによつて、地殻の下、すなわちマントル上層部が変成作用に重要な鍵をもつことが理解される。

西南日本においてはいわゆる中央構造線にそつて、その北側に三波川変成帯、さらにそれに 接して北側に領家変成帯という変成岩がある。これらは変成帯の名の通り、 巾数 + km、長さ 数百 km にわたつて細長く分布している.一般に造山地帯の中軸部にはこのような大規模な変 成岩体がみられ、地質学では特に広域変成作用と呼んでいる。これが地殼の造山活動に関連し ていることは明らかであり、いま扱かうのも広域変成作用だけである。 出現する鉱物からみて 広域変成作用は大体 200~800°C, 2~10 kb の温度・圧力の下で行なわれたらしく, しかも温 度が高ければ圧力も高いというのでなく、なかには三波川変成帯のように 300°C で 10kb 以上といつたものもある[都城(1959)]. 以上の温度・圧力が地殻の深さのみで決まるものとす れば、明らかに変成作用は異常な物理条件の下で行なわれたことを示している。なお変成作用 が終つた後に、変成岩が低温・低圧の地表条件に戻つても鉱物が準安定的に保存されているこ とは明らかである。一方、世界各地の変成岩にふくまれている鉱物の種類がわりあいに簡単な ことは岩石学的に著しい事実である。これは化学組成さえ許せばもとの岩石の鉱物くみ合わせ がどうであろうと物理条件だけで決まる変成鉱物を作ることを意味している。したがつて、世 界各地の変成帯がわりあいによく似た物理条件の下で作られたと同時に、大きくみて化学平衡 がなりたつていることを示す. その鉱物くみ合わせを変成相 (metamorphic facies) と称し、 実験データその他を参照して、物理条件(岩石のうけた圧力 Ps, 温度 T) と変成相の出現状態 との関係を表わした一種の状態図が第1図である [Eskola-Miyashiro-Shido-Kuno, etc. (未発 表)]. 地表での熱流,地殼内での放射性元素による発熱量から与えた地球物理学的な定常温度 分布の第2図および第1表 [F. Birch (1955)] と第1図をくらべれば、広域変成作用が地殻に とつてどの程度異常なものかが判る. ちなみに三波川変成帯には glaucophane schict facies がある.

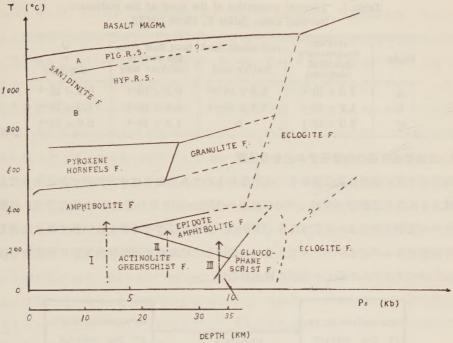


Fig. 1. A configuration of metamorphic facies. [After Eskola-Miyashiro-Shido-Kuno etal. (unpublished)]

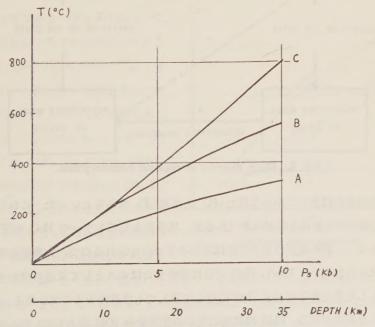


Fig. 2. Normal temperature distribution within the crust. [After F. Birch (1955)].

Model	average temperature gradient (deg/cm)	radiogenic heat (cal/gr sec)		$\frac{Q}{\kappa}$ (deg/cm)	
A	$1.0 \times 10^{-4}$	$5.6 \times 10^{-13}$	0.3 × 10 <sup>-6</sup>	$0.5 \times 10^{-4}$	
В	$1.7 \times 10^{-4}$	$2.8 \times 10^{-13}$	$0.6 \times 10^{-6}$	$1.0 \times 10^{-4}$	
С	$2.0 \times 10^{-4}$	0	$1.2 \times 10^{-6}$	$2.0 \times 10^{-4}$	

Table 1. Thermal properties of the crust at the stationary (normal) state. [after F. Birch (1955)]

#### § 2. 広域変成作用の物理モデルとその性質

広域変成作用が地殻の造山活動と一体不離のものであることはすでに述べたとおりである。 筆者はさきに造山活動の一周期(沈降の発達 → 隆起へのうつり変わり → 山の形成)の熱力学的なモデルを与えたことがある [島津 (1959a)]. 広域変成作用を考えにいれて画きなおしたのが第3図のブロックダイアグラムである。この報告では地球物理学的な考察に焦点をしぼることにし、ダイアグラムの詳しい説明にはふれない。

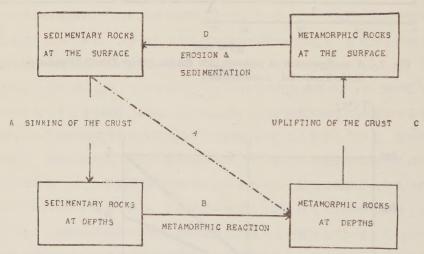


Fig. 3. Block diagram of regional metamorphism.

さきに、物理条件は岩石にかかる圧力  $(P_s)$  と温度 (T) であるといつた。これらは厳密には intensive な熱力学状態量と呼ぶべきであるが、状態量としてもう一つ  $H_2O$  の圧力  $(P_f)$  を考える必要がある。一般に変成作用の反応は固相の下で行なわれるので、大規模な物質の移動が ともなうとは思われない。しかし  $H_2O$  だけは液体またはガスとして反応に参加するので話が 別になる。もし地殻を作る岩石が  $H_2O$  に対して少しでも渗透性をもつていると、 $H_2O$  の圧力 勾配に比例した移動がある。 $H_2O$  は鉱物のなかの化学成分 (OH 基として) のみならず、このように状態量としての意味ももつている。以上のことからみて、grad  $P_s$ , grad T, grad  $P_f$ 

の値が  $P_s$ , T,  $P_f$  そのものと同時に深い意味をもつことが判かる。 変成作用をこの点から解釈すると次の通りになるだろう。  $P_s$ , T,  $P_f$  の分布が地球物理で考える定常状態から外れると一種の非平衡が生ずるわけだが,力学平衡・熱平衡・ $H_2O$  に対する渗透圧平衡・化学平衡に向おうとするそれぞれの非可逆過程のかねあいが変成作用の進行をきめるものだと。 したがつて上記各過程のそれぞれの時間スケール(または緩和時間) $t_s$ ,  $t_T$ ,  $t_{Os}$ ,  $t_{Ou}$  の大小が進行状態をきめる。 §1 においては化学平衡がほぼなりたつているらしいと述べた。これは反応速度がわりあいに大きくてその逆数の意味をもつ  $t_{Ou}$  が,他の量にくらべて大きくないことを示す。しかし $t_{Ou}$  が他のすべてよりかけはなれて小さければ,化学平衡の条件によつてすべてが支配されるから,変成帯の示す  $P_s$ , T は地球物理の与えるものと全く異なつて,たとえば第1図の相平衡図そのものになつてしまうが,現実にはそんなことはない [島津 (1959b)]。一方,熱伝導だけを考えると,地殻の熱拡散率を  $h_T$ , 厚さを H として  $t_T \sim 4H^s/\pi^s h_T$  の程度になることはよく知られており, $h_T \sim 10^{-2}$  cm²/sec, $H \sim 30$  km と考えられるから  $t_T \sim 2 \times 10^{\circ}$  years となる。 広域変成作用において熱平衡が達せられているかどうかは判らないが,変成帯形成の時間スケールに対して一つの目安になるだろう。変成帯の形成にどのくらいの時がかかつたかを地質学的にたしかめようとした例はない。

第3図のサイクルを $P_8$ -T 面について考えたのが第4図である。 $(P_1,T_1)$  にあつた未変成岩が地殼のすみやかな沈降(A)によって断熱的に $(P_2,T_1)$  に来たとする。そして反応(B) が進む間に温度は変わつていく。 $P_2$  に相当する深さでの定常温度を $T_0$  とすると,その岩石が $t_T$  より長く $P_2$  に止まつていれば $(P_2,T_0)$  になり,同時に反応による熱の出入りを考えれば $(P_2,T_2)$  になる。 $T_2$  と  $T_0$  との差は反応熱の効果を示し,第4図の $T_2$  <  $T_0$  は吸熱反応の場合である。径路 $A \rightarrow B$  は過程A に要す

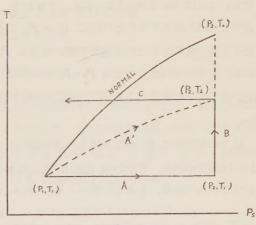


Fig. 4.  $P_s$ -T relation during the process of regional metamorphism.

る時間  $t_S$  が  $t_T$ ,  $t_{CH}$  より短かい場合になりたつことは明らかで、逆の場合には刻々に熱平衡に達して近道 A' をたどる.  $t_S$  と  $t_T$  との関係は次のような考えから察せられよう。いま熱拡散率  $h_T$  の半無限媒質が一定の速度 W で動いている場合を考えると、媒質内の温度は

$$T = T_B \exp\left(-\frac{W}{h_U}x\right) = T_B \exp\left(-\frac{x}{l}\right)$$

であらわされる。ただしx は境界面からの距離で, $T_B$  は x=0 での温度, $l=h_T/W$  は境界前面の温度の影響をうける範囲,すなわち境界層の厚さを示す。W が大きいと l は小さく,媒質の温度は境界前面のそれと関係がなく,したがつて A に近い径路をたどる。l が地殻の厚さ  $30\,\mathrm{km}$  程度なら A' の径路になることは明らかだろう。 $h_T=10^{-2}\,\mathrm{cm}^2/\mathrm{sec}$  に対して  $l\sim30\,\mathrm{km}$  を与える W は  $0.1\,\mathrm{cm/year}$  である。地殻の沈降速度が  $0.1\,\mathrm{cm/year}$  ということは, $ts=10^7\,\mathrm{year}$  に  $10\,\mathrm{km}$  の沈降があるこを意味し,これは広域変成作用に必要な  $P_s$  の増加を来たすにちようどよい大きさである。とにかく  $t_T\sim t_S\sim 10^7\,\mathrm{years}$ , $W\sim 0.1\,\mathrm{cm/year}$  は変成作用の進行に重要な意味をもつようで,後に示すように現実には A' の径路が実現されるように見える。ただし反応による体積変化を考えに入れると,温度・圧力の間に複雑な相互作用がある。

実際の変成帯について  $P_f$  の値を推定することはむつかしい。第1図の変成相の図は  $P_f=P_s$  の仮定の下で作られている。 鉱物における OH 基の存在状態などから  $P_f \ll P_s$  ではないらしい。§3 に述べるように  $P_f$  は熱伝導と同じ拡散方程式に支配されるから, $H_2O$  に対する 拡散率  $h_f$  を熱についての  $h_T$  と同じとみて  $t_{0S} \sim 4H^2/\pi^2h_f$  を与えることができる。  $P_f \ll P_s$  でないことは  $t_{0S} \ll t_T$  でないこと。 すなわち, $h_f \ll h_T$  でないことを意味する。 もし反応によつて  $H_2O$  が出入りしなければ  $P_f=P_s$  の条件は  $h_f=0$  の地殻に相当し,逆に  $h_f\to\infty$  ならば重力場のなかでの渗透圧平衡が実現し  $P_f=\rho_f g_Z$  となる。ここで  $\rho_f$  は  $H_2O$  の密度である。 変成作用の進行中での  $P_s-P_f$  の関係は第4図と全く同様な考察によつて調べられる。 なお第1図中の地殻の上昇 (C),侵蝕・堆積の過程 (D) は変成岩の その後の状態に関係 しない。

以上の議論では  $P_s$  の増加はもつばら静水圧の増加,すなわち地殻の沈降によるとした.これには凝問が残る.すなわち,造山活動にともなう非静水圧的なストレスによつても可能と思われるからである.しかし三軸ストレス  $\sigma_1,\sigma_2,\sigma_3$  があるとき,熱力学平衡にあずかるのは  $\frac{1}{3}$   $(\sigma_1+\sigma_2+\sigma_8)$  で表わされる平均圧力であり, 特に剪断ストレスは状態量にならないことが判つている [G. J. F. Mac Donald (1957)],これらの事実と変成鉱物の示す  $P_s$  が 10 kb 以上にもおよび岩石の強度は数 kb 以上にはならないことなどを考えにいれて,ここでは地殻の沈降だけを考えた. [なお追記をみられたい]

もしも  $t_s$ ,  $t_r$ ,  $t_{os}$ ,  $t_{OH}$  が上述のように同程度の大きさをもつていれば、各々の非可逆過程の間に相互作用が考えられる。変成作用を規定する基本方程式は二次以上の微小量を無視した第一近似として次のようにえられた。

地殻の変形:

$$\frac{\overrightarrow{dv}}{dt} = \frac{\eta}{\rho} \nabla^2 \overrightarrow{v} - \frac{1}{\rho} \operatorname{grad} (P_s) + \overrightarrow{g}z$$
 (2.1)

H<sub>2</sub>O の移動:

$$\frac{dP_f}{dt} = h_f \nabla^2 P_f + \frac{K_f}{f} \Delta v J_c \tag{2.2}$$

熱の移動:

$$\frac{dT}{dt} = h_T \nabla^2 T + \frac{\Delta h}{c} J_c + \frac{h_r}{c} J_{or}$$
 (2.3)

ここで,

で: 地殼 (岩石) の変形速度

η: 地殻の viscosity

 $K_f$ :  $H_2O$   $\emptyset$  bulk modulus =  $2 \cdot 10^4$  bar

f: 地殻のporosity =  $10^{-2}$ 

ρ: 地殻の密度 = 2.84 gr/cm³

c: 地殼の比熱 =  $0.25 \, \text{cal/gr} \cdot \text{deg}$ 

Δh: 地殻 1g の変成反応による生成熱

 $\Delta v$ : により生成される  $H_2O$  の体積

 $h_r$ : 地殼 1g 中の放射性元素による生成熱

Jo: 変成反応の反応速度

Jer: 放射性熱の生成速度

である。厳密な一般論については別の報告 [島津 (印刷準備中)] をみられたい。  $(2\cdot1)$ ~ $(2\cdot3)$  の近似では地殼を porous な Newton 流体とみており、 地殼の運動は熱・ $H_2O$ ・反応と独立 になつている。ゆえに( $2\cdot1$ )を解いてえられた  $\vec{v}$  を  $(2\cdot2)$ ,( $2\cdot3$ )の  $\frac{d}{dt}=\frac{\partial}{\partial t}+\vec{v}\cdot \mathrm{grad}$  に入れることになる。反応  $J_0$  を通して  $(2\cdot2)$ ,( $2\cdot3$ )は連立式になつている。

#### §3. 地殻の運動

 $(2\cdot1)$  を具体的に解くために第 5 図のような場合を考える。すなわち密度  $\rho$  で厚さ H の地 殻が密度  $\rho_M$  のマントルの上にのつているとする。これが平衡状態である。水平方向の圧縮力が加わると plastic deformation が起こり、マントルとの間のアイソスタシーと、堆積作用とが重なつて系は第 5 図のなかに示したような沈降一地質学でいう地向斜運動一をおこす。

plastic deformation は F. A. Vening-Meinesz の地向斜形成論 (1957) に従ったものであり,間接的にマントル内の対流による地殻内でのストレス生成を考えている. D. Griggs (1939) の

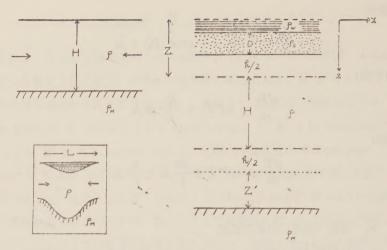


Fig. 5. A physical model of development of geosyncline.

ように、マントル対流 → 地殻の底のひきずりこみという直接のメカニズムを考えることも可能であるが、マントル対流のパターンのスケールからみて、普通にみられる  $100\sim200\,\mathrm{km}$  程度の小規模な地向斜が、直接 Griggs 流に生成されることは考えにくい。また、はじめに海洋性地殻を考えれば、堆積作用とアイソスタシーだけで地向斜を作ることもできるが、水平のスケールが妥当な値にならない。

とにかく plastic deformation による地殻の bulging のために生ずる荷重のまし、堆積による荷重のましと、アイソスタシーによる浮力といつたものが力学平衡を乱すとすると、N.A. Haskell (1935, 1936) が氷河期名の地表の隆起を論ずるに用いた方法に従つて  $(2\cdot 1)$  を解くことができる。解法の詳細は島津 (印刷準備中) にゆずり結果のみを示す。まず  $v_z \gg v_z$  であり、

$$(v_{z})_{z=0} := W[1 - \exp(-t/t_{A})] \exp(iLx)$$

$$W = -(\rho'' \delta + \rho''' \varepsilon)/\rho'$$

$$t_{A} = 2\eta L(1 - C)/\rho' g(1 + C)$$

$$\rho' = \rho + (\rho_{m}\rho_{W}/\rho_{m} - \rho), \quad \rho'' = \rho_{m}(\rho - \rho_{W})/2(\rho_{m} - \rho),$$

$$\rho''' = \rho_{m}(\rho_{s} - \rho_{W})/\rho_{m} - \rho$$

$$C = [(1 + LH)^{2} - \exp(-2LH)] \exp(-LH)$$

$$\times [LH(1 - LH) \exp(-LH) + (1 + LH + \exp(-2LH)) \exp(LH)]^{-1}$$
(3.1)

ここで  $\rho_W$ ,  $\rho_s$  はそれぞれ水, 堆積物の密度で,

$$\delta = \frac{\varDelta \sigma}{2\eta} H = \text{bulging 速度}$$
 ( $\varDelta \sigma$ : plastic deformation のさいの stress)

と堆積速度  $\varepsilon$  および地向斜域の半波長 L ともとの厚さ H をパラメーターにしてある。もつとも L と  $\delta$  との間には関係がある。Haskell,Vening-Meinesz らの考えている地質電数を入れると,L=100,200 km に対して  $t_4=0.67\times 10^6$ , $0.18\times 10^6$  years となり, $\delta=0.05$  cm/years となる。一方, $\varepsilon$  はいろいろの報告から  $7\times 10^{-4}\sim 10^{-2}$  cm/year とみられ,堆積だけならはせいぜい 0.008 cm/year,bulging を考えると 0.067 cm/year となる。§ 2 に述べた変成作用の時間スケールからみて  $t_4$  は非常に小さいから,沈降過程 A は定常とみてよい。なお  $(3\cdot 1)$  の  $v_2$  ははじめに z=0 にあつた点での値であるが、 $v_2$  はz の関数であり,もとの底面での値は L=100 km に対し z=0 でのそれの 1.656 倍である。時間とともに  $P_s$  がどう変わるかを L=100 km について示したのが第 6 図である。いま用いたモデルに対し,とにかく  $W\sim 0.1$  cm/year という定常的な沈降がえられることは興味がある。なお海洋性地殻に対しては  $\rho$ , H を変えればよく,結果として大陸性地殻の 2 倍程度の W をうる。堆積のみではやはり  $W\sim 0.01$  cm/year しかえられない。

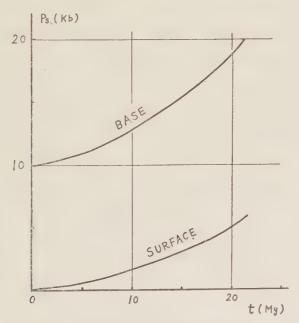


Fig. 6. Variation in  $P_8$  during geosynclinal sinking.

#### $\S 4$ . 変成作用の進行と T, $P_f$ の変化

次に  $(2\cdot 2)$ ,  $(2\cdot 3)$  を解くことにしよう。§ 3 によつて  $v_z \gg v_z$ ,  $v_z = \text{const.} = W$  とみてよいから,熱も  $H_2O$  も鉛直方向にのみ流れるものとして,z 方向の一次元問題とする。 さらに化学反応の性質を指定する必要がある。モデル反応として第7図のような相平衡図をもつ I ,

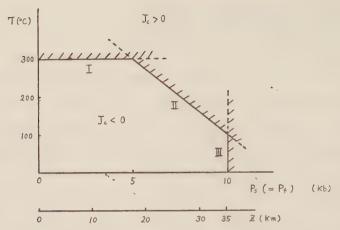


Fig. 7. Univariant curves of model metamorphic reactions.

II, III を考えよう。 I, II, III は第1図の actinolite greenschist facies  $\rightarrow$  amphibolite facies, actinolite greenschist facies  $\rightarrow$  epidote amphibolite facies, actinolite greenschist facies  $\rightarrow$  glaucophane schist facies の境界線,すなわち相平衡の univariant curve にそれ ぞれ相当したモデルである。変成鉱物を作る反応が高温・高圧ではほとんど脱水吸熱反応であることはよく知られている。これは  $\Delta h < 0$ ,  $\Delta v > 0$  を意味する。脱水吸熱の方向に反応が進行するときに  $J_c > 0$  となるように符号をきめる。従つて第7図の斜線部で  $J_c > 0$ , それ以下の低温・低圧部で  $J_c <$  である。モデル反応の平衡温度  $T_c$ , 平衡圧力  $P_{fo}$ ,  $\Delta T/dP_f$ .  $\Delta h$ ,  $\Delta v$  の値を第2表に示す。 $\Delta h$ ,  $\Delta v$  の値は仮のものであつて,近似的な意味しかもたない。

 $T_0$  $P_{f0}$  $dT/dP_{f}$ 1h 10 (deg/km) (cal/gr) (cm<sup>3</sup>/gr) Ι 300 0 -500 П 100~300 5~10 -40-100.03 Ш 10 0 0.01

Table 2. Properties of model metamorphic reactions.

Jc は一般に

$$J_c = c_1(T - T_0) + c_2(P_f - P_{f0})$$
 (4.1)

の形にかける. 反応が  $t_{CH}$  年で終了するとして,  $J_c = 1/t_{CH}$  ゆえいろいろの  $t_{CH}$  に対して  $c_1$ ,  $c_2$  の大きさを適当にきめることができる.

境界条件は

$$z = 0: T = P_f = 0 (4.2)$$

$$z = H: \qquad \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{Q}{\kappa} \tag{4.3}$$

$$\frac{\partial P_f}{\partial z} = 0 \tag{4.4}$$

とする.  $(4\cdot 3)$  において Q はマントルから地殼へ流れこむ熱流、 $\kappa$  は地殼の熱伝導度である.  $(4\cdot 4)$  は地殼の底、すなわち Moho が $H_2O$  を透さないことを意味している。初期条件は

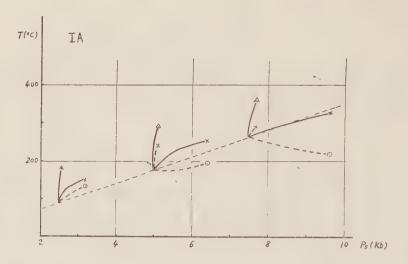
$$t = 0: T = \beta z (4.5)$$

$$P_f = \rho g z \tag{4.6}$$

であり、 $\beta$  は地球物理学的な定常温度分布に対応したものである。 $Q/\kappa$ 、 $\beta$ 、放射性元素による項  $h_r J_{or}$  としては、第 1 表の Birch のモデルより A, B 二つを用いる。その他のパラメーターとしては岩石の実験データを参照して  $h_T=8\times 10^{-8}$  cm²/sec, f=0.01 を用いる。後者は仮においたもので、その評価については  $h_T$  と同じく別の報告 [島津 (印刷準備中)] をみられたい。

結局,反応, I, II, III, III, 熱モデル A, B の各々のくみ合わせについて,いろいろな  $t_{GH}$ , W,  $h_f$  に対して  $(2\cdot2)$ , $(2\cdot3)$  を数値積分した。  $h_f=8\times10^{-3}$  cm/sec としたときの結果の一部を第  $8\sim11$  図に示す。そこにおいては T(t),  $P_f(t)$  を第 6 図のような  $P_s(t)$  の関係とくみあわせて, T,  $P_f$  を  $P_s$  の関数としてあらわしてある。従つて第 4 図に相当するものである。図において各曲線は変成反応がはじまつてから終了するまでの間の  $P_f$ , T の変化を示している。たとえばモデル I A においてはじめ  $T=175^{\circ}$ C, $P_s=4.97$  kb(または 17.6 km の深さ)にあつた点は W=0.1 cm/year で沈降し,反応が  $10^7$  年後に完了したとき  $T=252.3^{\circ}$ C, $P_s=6.42$  kb になつている。同じ例で反応速度だけが早くて  $10^6$  年で終了したとすると,  $10^6$  年後に  $T=242.8^{\circ}$ C, $P_s=5.11$  kb である。沈降速度が小さく W=0.01 cm/year だとモデル A の場合,地殻の一般的な温度上昇がいちじるしい。反応 II では T,  $P_f$  の間に複雑な相互作用のあることが判る。一般に定常的な温度分布は変成作用においては意味をもたない。反応 I は温度勾配をへらし,反応 II はある場合に増加をもたらす( $t_{GH}=10^6$  years,W=1 cm/year のとき 25 deg/km にもなる)。

もしも  $h_f \lesssim 8 \times 10^{-4} \, \mathrm{cm}^2/\mathrm{sec}$  だと変成作用の進行中に  $P_f$  の変化はみられず,従つてどんな反応,沈降速度のくみ合わせに対しても  $P_f = P_s$  である.これに反し  $h_f \gtrsim 8 \times 10^{-2} \, \mathrm{cm}^2/\mathrm{sec}$  であれば  $P_f$  は急速にへり, 変成作用の進行中に  $P_f \ll P_s$ , $P_f \to \rho_f g_Z$  になつてしまう.ゆえに実際の変成帯において  $P_f \approx P_s$  であり,かつ場所によつてある程度  $P_f/P_s$  の値にばらつきがあるのを, $h_f$  のばらつきによるものであると考えれば,地殻の  $\mathrm{H}_2\mathrm{O}$  に対する拡散率は  $10^{-2} \, \mathrm{cm}^2/\mathrm{sec}$  の程度である.



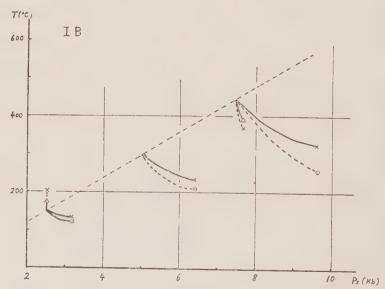


Fig. 8. Variation in temperature during Type I metamorphism. (A) Model A, (B) Model B.

 $\begin{array}{lll} & & & & \\ \hline & & & \\ \hline & \\ \hline & & \\ \hline \end{array} \hspace{0.2cm} \begin{array}{lll} & & & \\ \hline & & \\ \hline \end{array} \hspace{0.2cm} \begin{array}{lll} & & & \\ \hline & & \\ \hline \end{array} \hspace{0.2cm} \begin{array}{lll} & & & \\ \hline & & \\ \hline \end{array} \hspace{0.2cm} \begin{array}{lll} & & & \\ \hline & & \\ \hline \end{array} \hspace{0.2cm} \begin{array}{lll} & & & \\ \hline & & \\ \hline \end{array} \hspace{0.2cm} \begin{array}{lll} & & & \\ \hline & & \\ \hline \end{array} \hspace{0.2cm} \begin{array}{lll} & & & \\ \end{array} \hspace{0.2cm} \begin{array}{lll} & & & \\ \hline \end{array} \hspace{0.2cm} \begin{array}{lll} & & & \\ \end{array} \hspace{0.2cm} \begin{array}{lll} & & \\ \end{array} \hspace{0.2cm} \begin{array}{lll} & & &$ 

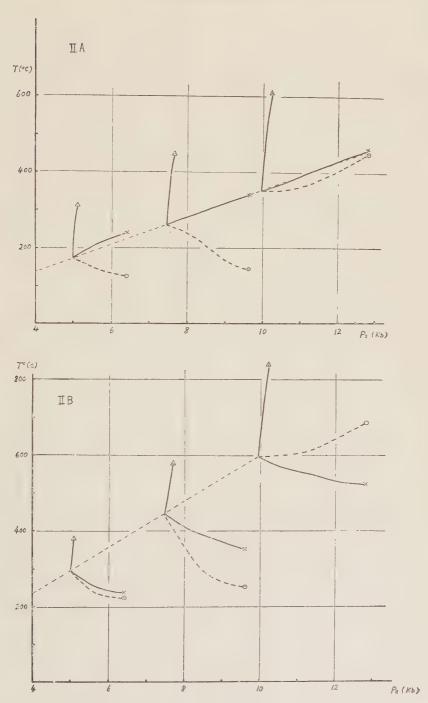
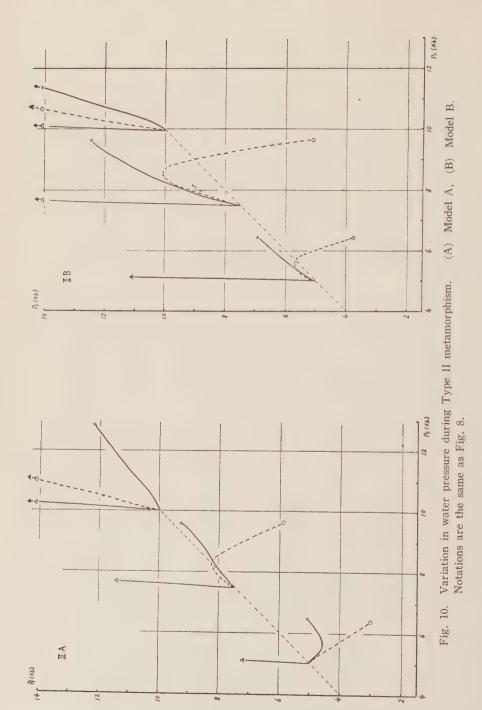


Fig. 9. Variation in temperature during Type II metamorphism.

(A) Model A, (B) Model B.

Notations are the same as Fig. 8.



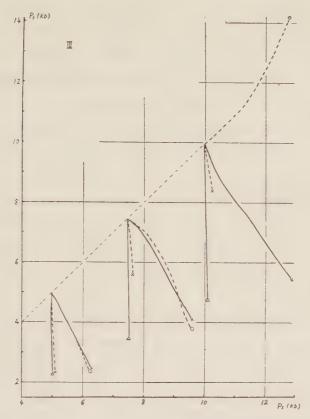


Fig. 11. Variation in water pressure during Type III metamorphism.

Notations are the same as Fig. 8.

#### § 5. おわりに

前節までにえられた結論を実際の広域変成帯の議論に用いることは地球物理学とはなれるから, ここでは行なわない。ただ二, 三の事実を指摘しよう。

 において  $P_f \gtrsim P_s$  がみたされるのは、 $0.1\,\mathrm{cm/year}$  以上の大きな沈降をする地殼の底の方ということになる。それにしても  $W\sim0.1\,\mathrm{cm/year}$  程度では変成作用の進行中に  $P_s$  は数 kb 程度しかまさないから、 $P_s\gtrsim10\,kb$  に達するためにはもともと相当深いところの岩石であることを必要とする。一方、反応  $\mathrm{III}$  では  $4h\sim0$  なので変成作用中に温度の変化がすくない。ゆえに  $\mathrm{III}$  型の変成帯を作るもとの岩石ははじめから相当深いところにあつて、しかも低温でなければならないことになる。 それにはモデル  $\mathrm{A}$  の温度勾配  $10\,\mathrm{deg/km}$  より小さいこと、あるいは、マントルからの熱流が小さいことを必要とするようである。  $\S 3$  において海洋性の地殼ではわりあいに大きな沈降速度が期待されることを述べた。従つてまたもとの厚さが数  $\mathrm{km}$  程度の地彀でも  $10^\circ$  年程度の間に  $P_s\gtrsim10\,\mathrm{kb}$  になることがむつかしくない。三波川変成帯がその一例であるように  $\mathrm{III}$  型が環太平洋の大陸周縁にみられることは重要な事実で、上述の諸条件がうまくみたされているのだろう。また、  $\mathrm{I}$  型の質家変或帯がこれに接して大陸側に並行して走つているのも日本だけの例でなく、造山活動と関連して異常な地豰の特性をさらに詳しくとりあつかう必要のあることを示す。

さらにもう一つ I 型には変成帯の成長期に花崗岩質岩体が地表に襲われるという特質がある。 領家変成帯もその例にもれない。変成作用中に温度が花崗岩の融点まで昇ること,さらに加えて融解熱(100 cal/gr 程度)をまかなうことは不可能である。 花崗岩体が高温で地表に現われたことはたしかである。 従つて地向斜域になんらかの局部的な熱の集中を必要とし, $W=0.1\,\mathrm{cm/year}$  ならば 100 cal/gr  $\times$  3 gr/cm³  $\times$  0.1 cm/year = 30 cal/cm² year = 10-6 cal/cm² sec あれば沈降する地向斜域の根を刻々にとかすことができる。 領家変成帯およびそれ以外の地域においても花崗岩質岩体の質量が推定されていないので,地向斜域で未変成岩の何%が花崗岩を作るもとになつたかは判らない。 しかしマントルから地殻への熱流が定常値と思われる  $10^{-6}\,\mathrm{cm}^2/\mathrm{sec}$ (第 1 表参照)の 2 倍になれば  $\mathrm{I}$  型の変成作用と花崗岩体の生成との両方をまかないうるとことはいちじるしい。 しかし花崗岩質岩体の上昇(恐らくは熔融状態で)のメカニズムをふくめてもつと詳しく調べる必要がある。

いまの議論では変成作用の型をきめる因子として、反応の種類と定常温度分布とを主に考えた. 前者は、もとの岩石の化学組成よりむしろ温度分布などの物理条件によつてその消長が左右されるものとしてある。後者は地殼内の放射性熱源の分布とマントルからの熱流の大きさとで決まる。ただしマントルからの熱流は変成帯の形成中は定常と考えたが、変成帯の形成自身に地向斜の発達をともなう必要があり、形成以前とは熱流の大きさが変化するものとも考えられる。マントルからの熱流の非定常性を考えにいれて、特殊な地質時代の特殊な地域になぜ変成作用が起るかを調べる必要があるだろう。

地殼内部での物理化学変化としては、変成反応の他にも固相一液和一気和の間の和変化がある。これは具体的には火成活動として地質現象にあらわれる。いわゆるマグマの問題であり、相変化の反応速度がはやいために地質現象としても時間スケールの小さい場合が多い。従つて地震などの地球物理現象との直接の相互作用が考えられる。これに反して変成作用の反応は固相の状態で行なわれるので、反応速度がおそく、いわゆる地質学的な時間スケールの現象になり、造山サイクルの全期を必要とする。しかし地殼およびマントル上層部の物理的性質を調べる資料として、変成作用が重要な意味をもつものと考えられるだろう。

おわりに,いろいろ有益な討論・批判をしていただいた東京大学地質学教室の都城秋穂氏, 当名古屋大学地球科学教室の諸氏に感謝を捧げたい.

#### 参考文献

(特に関係のあるものを除いて地質学方面の文献はあげなかつた.)

Birch, F. 1955. Physics of the crust. Geol. Soc. Amer. Special Paper No. 62, 101~118. Fyfe, W. S., F. J. Turner and J. Verhoogen 1958. Metamorphic reactions and metamorphic facies. Geol. Soc. Amer. Mem. 73, pp. 259.

Griggs, D. 1939. A theory of mountain building. Amer. Jour. Sci. 237, 611~650.

Haskell, N. A. 1935, 36. The motion of a viscous fluid under a surface load. Physics, 6, 265~269; 7, 56~61.

Mac Donald, G. J. F. 1957. Thermodynamics of solids under nonhydrostatic stress with geologic applications. Amer. Jour. Sci. 255, 266~281.

都城秋穂 1959. 阿武隈, 領家および三波川変成帯. 地質学雑誌, 65, 624~637.

Shimazu, Y. 1959a. A thermodynamical aspect of the earth's interior physical interpretation of magmatic differentiation process. ibid. 7, 1~34.

\_\_\_\_\_ 1959 b. A role of water in regional metamorphism and physical properties of the crust. ibid. 7, 80~90.

in preparation, A geophysical study of regional metamorphism.

Vening Meinesz, F. A. 1957. The geophysical history of a geosyncline. Konikl. Mederl. Akad. Van Wettensch. Amsterdam. Ser. B. 60, 126~140.

(追記) 最近の熊沢の研究によると (Doctor Thesis, 1961 March), 岩石内での鉱物配列を考えにいれた場合,非静水圧が固体の熱力学的平衡におよぼす影響は小さくないことがある,従つて変成相の示す圧力  $P_s$  をそのまま静水圧  $\infty$  地表からの深さを考えることはある場合にはよくない。岩石のミクロな構造を考えにいれた変成作用の考察は別の機会におこなうことにする.

# 等方等質弾性体の運動方程式の解についての注意

一とくに無限弾性体の境界値問題の解の一意性に関連して一

気象庁 地震課 宇 佐 美 竜 夫 (昭和 35 年 12 月 27 日受理)

Some Remarks on the Solutions of the Equation of Motion in an Isotropic and Homogeneous Elastic Body

-Especially on the Uniqueness of the Solutions for Boundary Value Problems in an Infinite Elastic Medium-

> Tatsuo Usami Seismological Section, J. M. A.

> > (Received Dec. 27, 1960)

It is clear from the equation of motion of elastic medium expressed in vector form that there are several different solutions (expressions) which satisfy the condition  $\Delta=0$  (§ 3). In this paper, 8 different expressions (at least 4 of which are mutually independent) are obtained (§ 4). Next, by using one of these solutions, the author got two independent solutions for a problem of motion in an infinite elastic medium when displacements (or stresses) are given on the wall of a cavity in that medium (§ 5). In such a problem it is proved that we cannot get unique solution as long as we use the so-called Sezawa's solution ((17), (18), (4)) only (§ 6).

#### §1 はしがき

等方等質弾性体の運動方程式の解で  $\varpi$  が 0 でないものには数種類 (の表現が) ある. 筆者 は、それが何種類あるか、また、それを全部求める方法はどのようなものか、について知りたいと願つている。そのための第一段階として、ここでは球座標で得られた8種の  $\varpi \neq 0$  を満足する解をくらべてみた。それらのうち4つは  $r=\infty$  における変位成分の減衰の仕方が異なるので、互いに独立である。またベクトルで表わした運動方程式から  $\varpi \neq 0$  であるような問題については解が1つではないことが考えられる。

したがつて、無限弾性体内のある面上で変位あるいは stress が与えられたときの解の一意性の条件を、少なくとも球座標に関するかぎりはつきりさせる必要があると思う。

#### §2. 基本的な公式

等方等質弾性体の球座標における運動方程式

$$\rho \frac{\partial^{2} u}{\partial t^{2}} = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial \Delta}{\partial r} - 2\mu \frac{1}{r \sin \theta} \left[ \frac{\partial (\varpi_{\phi} \sin \theta)}{\partial \theta} - \frac{\partial \varpi_{\theta}}{\partial \phi} \right]$$

$$\rho \frac{\partial^{2} v}{\partial t^{2}} = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial \Delta}{r \partial \theta} - \frac{2\mu}{r} \left[ \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial \varpi_{r}}{\partial \phi} - \frac{\partial (r \varpi_{\phi})}{\partial r} \right]$$

$$\rho \frac{\partial^{2} w}{\partial t^{2}} = (\lambda + 2\mu) \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \Delta}{\partial \phi} - \frac{2\mu}{r} \left[ \frac{\partial (r \varpi_{\theta})}{\partial r} - \frac{\partial \varpi_{r}}{\partial \theta} \right]$$

$$(1)$$

ことに,

$$\Delta = \frac{1}{r^{2} \sin \theta} \left[ \frac{\partial (ur^{2} \sin \theta)}{\partial r} + \frac{\partial (vr \sin \theta)}{\partial \theta} + \frac{\partial (wr)}{\partial \phi} \right] 
2\varpi_{r} = \frac{1}{r^{2} \sin \theta} \left[ \frac{\partial}{\partial \theta} (wr \sin \theta) - \frac{\partial}{\partial \phi} (vr) \right] 
2\varpi_{\theta} = \frac{1}{r \sin \theta} \left[ \frac{\partial u}{\partial \phi} - \frac{\partial (wr \sin \theta)}{\partial r} \right] 
2\varpi_{\phi} = \frac{1}{r} \left[ \frac{\partial (vr)}{\partial r} - \frac{\partial u}{\partial \theta} \right]$$
(2)

また,われわれは次の式を知つている.

$$\widehat{rr} = \lambda \Delta + 2\mu \frac{\partial u}{\partial r}$$

$$\widehat{r\theta} = \mu \left[ \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} \right]$$

$$\widehat{r\phi} = \mu \left[ \frac{\partial w}{\partial r} - \frac{w}{r} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial u}{\partial \phi} \right]$$
(3)

(1) の解として妹沢 (1949) は次の変位を与えた.

$$u_{1} = -\frac{A_{mn}}{h^{2}} \frac{d}{dr} (\sqrt{h} Z_{h}) P_{n}^{m} (\cos \theta) \cdot \cos m\phi$$

$$v_{1} = -\frac{A_{mn}}{h^{2}} \frac{\sqrt{h} Z_{h}}{r} \frac{d}{d\theta} P_{n}^{m} (\cos \theta) \cdot \cos m\phi$$

$$w_{1} = \frac{mA_{mn}}{h^{2}} \frac{\sqrt{h} Z_{h}}{r} \frac{P_{n}^{m} (\cos \theta)}{\sin \theta} \cdot \sin m\phi$$

$$\Delta_{1} = A_{mn} \cdot \sqrt{h} Z_{h} \cdot P_{n}^{m} (\cos \theta) \cdot \cos m\phi$$

$$\varpi_{r} = \varpi_{\theta} = \varpi_{\phi=0}$$

$$(4)$$

$$u_2 = 0$$

$$v_2 = \frac{{}_m B_{mn}}{n(n+1)} \sqrt{k} Z_k \frac{P_n{}^m (\cos \theta)}{\sin \theta} \cdot \cos m \phi$$

$$w_2 = -\frac{B_m{}_n}{n(n+1)} \sqrt{k} Z_k \cdot \frac{d}{d\theta} P_n{}^m (\cos \theta) \cdot \sin m \phi$$

$$2\varpi_{r} = B_{mn} \frac{kZ_{k}}{\sqrt{r}} P_{nm}(\cos\theta) \cdot \sin m\phi$$

$$2\varpi_{\theta} = \frac{B_{mn}}{n(n+1)} \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (\sqrt{k} \cdot rZ_{k}) \frac{d}{d\theta} P_{nm}(\cos\theta) \cdot \sin m\phi$$

$$2\varpi_{\phi} = \frac{mB_{mn}}{n(n+1)} \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (\sqrt{k} \cdot rZ_{k}) \frac{P_{nm}(\cos\theta)}{\sin\theta} \cdot \cos m\phi$$

$$u_{3} = -\frac{n(n+1)}{mk^{2}} C_{mn} \frac{\sqrt{k}}{r} Z_{k} \cdot P_{nm}(\cos\theta) \cdot \cos m\phi$$

$$v_{3} = -\frac{C_{mn}}{mk^{2}} \frac{1}{r} \frac{d}{dr} [\sqrt{k} \cdot rZ_{k}] \frac{d}{d\theta} P_{nm}(\cos\theta) \cdot \cos m\phi$$

$$w_{3} = \frac{C_{mn}}{k^{2}} \frac{1}{r} \frac{d}{dr} [\sqrt{k} \cdot rZ_{k}] \frac{P_{nm}(\cos\theta)}{\sin\theta} \cdot \sin m\phi$$

$$d_{3} = \varpi_{r} = 0$$

$$2\varpi_{\theta} = C_{mn} \cdot \sqrt{k} \cdot Z_{k} \frac{P_{rm}(\cos\theta)}{\sin\theta} \cdot \sin m\phi$$

$$2\varpi_{\theta} = \frac{C_{mn}}{m} \sqrt{k} Z_{k} \cdot \frac{d}{d\theta} P_{nm}(\cos\theta) \cdot \cos m\phi$$

$$E \subset \mathbb{K} \qquad h = p/V_{p}, \qquad k = p/V_{s},$$

$$Z_{k} = \frac{1}{\sqrt{kr}} H_{n+\frac{1}{2}}(hr)$$

$$(7)$$

また、簡単のために eint は省略してある。

#### § 3. ベクトルで表わした運動方程式と解

U を変位ベクトルとすれば

$$\rho \frac{\partial^{2} \mathbf{U}}{\partial t^{2}} = (\lambda + \mu) \operatorname{grad} \cdot \operatorname{div} \mathbf{U} + \mu \nabla^{2} \mathbf{U}$$

$$\nabla^{2} \mathbf{U} = \operatorname{grad} \cdot \operatorname{div} \mathbf{U} - \operatorname{rot} \cdot \operatorname{rot} \mathbf{U}$$
(8)

が運動方程式で、これを球座標で表わせば(1)になる。

$$egin{aligned} oldsymbol{U} &= oldsymbol{U}_1 + oldsymbol{U}_2 + oldsymbol{U}_3 \end{aligned}$$
 $egin{aligned} oldsymbol{U}_1 &= \operatorname{grad} \phi \ oldsymbol{U}_2 &= \operatorname{rot} \mathfrak{A} \ oldsymbol{U}_3 &= \operatorname{rot} \cdot \operatorname{rot} \mathfrak{A} \end{aligned}$ 

とおくと、(9)は

$$\rho \frac{\partial^{2} \phi}{\partial t^{2}} = (\lambda + 2\mu) \nabla^{2} \phi$$

$$\rho \frac{\partial^{2} \psi}{\partial t^{2}} = \mu \nabla^{2} \psi$$

$$\mathfrak{A} = (\mathfrak{A}_{x}, \mathfrak{A}_{y}, \mathfrak{A}_{z}) \psi$$
(10)

のときに特定な  $\mathfrak{A}_z$ ,  $\mathfrak{A}_y$ ,  $\mathfrak{A}_z$  の組合せをとると(8)の解である. [たとえば竹内均(1956)] また、われわれは球座標につき、次の公式を知つている.

$$\operatorname{grad} = \left(\frac{\partial}{\partial r}, \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}, \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi}\right)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{U} = \frac{1}{r^{2}} \frac{\partial}{\partial r} (r^{2}u) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (v \cdot \sin \theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial w}{\partial \phi}$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{U} = \left(\frac{1}{r \sin \theta} \left[\frac{\partial}{\partial \theta} (w \cdot \sin \theta) - \frac{\partial v}{\partial \phi}\right], \frac{1}{r} \left[\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial u}{\partial \phi} - \frac{\partial}{\partial r} (r w)\right],$$

$$\frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} (r v) - \frac{\partial u}{\partial \theta}\right]\right)$$

$$(11)$$

また (10) の第 1, 第 2 式の解は次式で示される.

$$\frac{\phi}{\psi} = \frac{Z_h}{Z_k} P_n^m (\cos \theta) \cdot \frac{\cos}{\sin} m\phi.$$
 (12)

さらに次の式が大切である.

$$\frac{d^2}{d\theta^2} P_{n^m} + \cot \theta \cdot \frac{d}{d\theta} P_{n^m} - \frac{m^2}{\sin^2 \theta} P_{n^m} + n(n+1) P_{n^m} = 0$$
(13)

$$\frac{d^2}{dr^2} Z_k + \frac{2}{r} \frac{d}{dr} Z_k + \left(k^2 - \frac{n(n+1)}{r^2}\right) Z_k = 0$$
 (14)

#### § 4. いろいろな形の解

(10) 式をみると rotation の解はベクトル ¾ のとり方により、いく通りもあることがわかる。¾ のとり方にいく通りあるか、したがつて、いく通りの互いに独立な解があるかということが大切な問題である。筆者の知る限りでは、この問題の解答はまだ与えられていないように思われる。

ここでは実際に球座標において少なくとも8種の異なつた表現の解が得られることを示そう。しかし、それが互いに独立であるかどうかということは、また別の問題である。

さてベクトル 乳として

$$\mathfrak{A} = (\mathfrak{A}_x, \ \mathfrak{A}_y, \ \mathfrak{A}_z) \, \phi = (x, \ y, \ z) \, \phi \tag{15}$$

$$= (0, 0, 1) \psi = (0, 1, 0) \psi = (1, 0, 0) \psi$$
 (16)

Table 1.

No. of	(17)	(18)	(19)	(20)	(21)	(22)	(23)
m	$-ZP' \sin_{m\phi} m\phi$	$m \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (rZ) \frac{P}{\sin \theta} - \cos m\phi$	$\begin{bmatrix} -Z'P\sin\theta \\ -\frac{Z}{r}P'\cos\theta \end{bmatrix} \sin m\phi$	$\begin{bmatrix} m\frac{Z}{r^2}P' \\ -m\frac{Z'}{r}P\cot\theta \end{bmatrix} -\cos m\phi$	$\frac{1}{2} \left[ Z' P \cos \theta - \frac{Z}{r} P' \sin \theta \right] \times \left[ - \sin m + 1 \phi \mp \sin m - 1 \phi \right]$	$\begin{bmatrix} \frac{m+1}{2} \left( \frac{Z'}{r} P + \frac{Z}{r^2} P' \cot \theta \right) \\ + \frac{1}{2} PZ \left( k^2 - \frac{m(m+1)}{r^2 \sin^2 \theta} \right) \\ & \frac{\cos m}{\sin r} m + 1 \phi \\ - \frac{2}{r} P + \frac{ZP'}{r} \cot \theta \\ + \frac{2}{r} PZ \left( \frac{Z'}{r} P + \frac{ZP'}{r^2 \sin^2 \theta} \right) \\ + \frac{1}{r^2} PZ \left( k^2 - \frac{m(m-1)}{r^2 \sin^2 \theta} \right) \\ & \frac{\cos m}{\sin m} - 1 \phi \end{aligned}$	$\frac{1}{2} \left[ PZ' \cos \theta - \frac{Z}{r} P' \sin \theta \right] \times \left[ \frac{\cos \theta - \frac{Z}{r} P' \sin \theta}{\sin m + 1 \phi + \frac{\cos m}{\sin m} - 1 \phi} \right]$
a	$mZ \frac{P}{\sin \theta} \frac{\cos m\phi}{\sin \phi}$	$-\frac{1}{r}\frac{d}{dr}(rZ)P'\cos_{n}m\phi$	$-m\frac{Z}{r}P\cdot\cot\theta$ $\sin m\phi$	$\left[\begin{array}{c} \frac{Z'}{r}P'\cos\theta \\ +\frac{Z}{r^2}\Big(n\left(n+1\right)-k^2r^2-\frac{m^2}{\sin^2\theta}\Big)\\ P\sin\theta-\frac{Z'}{r}P\sin\theta \end{array}\right]$	$\frac{1}{2} \left[ m \frac{Z}{r} - Z' \right] P \cos m + 1 \phi$ $- \frac{1}{2} \left[ m \frac{Z}{r} + Z' \right] P \cos m - 1 \phi$	$ \frac{1}{2} \left( \frac{Z'}{r} \left( P' \sin \theta + P \cos \theta \right) \right) \\ \frac{1}{2} \left( \frac{Z}{r^2} (1+m) \left( \frac{m}{m} P \cos \theta - \frac{P'}{\sin \theta} \right) \right) - \cos m + 1 \phi \\ \left( \frac{Z'}{r} \left( \frac{m}{r} (1+m) \left( \frac{m}{r} + \frac{1}{r^2} \right) \right) P \cos \theta \right) \\ \left( \frac{Z'}{r} \left( P' \sin \theta + P \cos \theta \right) \right) \\ + \frac{1}{2} \left( \frac{Z'}{r^2} \left( \frac{m}{r} - \frac{1}{r^2} \left( \frac{P'}{r^2} + \frac{m}{r^2} P \cos \theta \right) \right) - \cos m - 1 \phi \\ \left( - \frac{Z'}{r^2} \left( \frac{m}{r^2} + \frac{m}{r^2} \right) P \cos \theta \right) \right) - \cos m - 1 \phi $	$\frac{1}{2} \left[ Z' - \frac{m}{r} Z \right] P - \cos m + 1 \phi$ $- \frac{1}{2} \left[ Z' + \frac{m}{r} Z \right] P - \sin m - 1 \phi$
n	0	$-n(n+1)\frac{Z}{r}P$ $\cos m\phi$	$-m\frac{Z}{r}P$ $\sin m\phi$	$\left[ -\left( \frac{Z}{r^2} - \frac{Z'}{r} \right) P' \sin \theta \\ + \left( -\frac{2}{r} Z' + n(n+1) \frac{Z}{r^2} \right) P \cos \theta \right] $ $\cos m\phi$	$\frac{Z}{2r} \left[ P' - mP \cot \theta \right] \frac{\cos m + 1}{\sin m + 1} \phi$ $+ \frac{Z}{2r} \left[ P' + mP \cot \theta \right] \frac{\cos m - 1}{\sin m - 1} \phi$	$\left(\frac{Z}{r^2} - \frac{Z'}{r}\right) \left(\frac{mP}{\sin \theta} - P' \cos \theta\right)$ $-\left(\frac{2}{r}Z' - m(m+1)\frac{Z}{r^2}\right) P \sin \theta$ $-\cos \frac{m+1}{m+1} \phi$ $-\left(\frac{Z}{r^2} - \frac{Z'}{r}\right) \left(\frac{mP}{\sin \theta} + P' \cos \theta\right)$ $+\left(\frac{Z}{r}Z' - n(n+1)\frac{Z}{r^2}\right) P \sin \theta$ $\sin \frac{\sin m}{m-1} \phi$	$ Z_r \left[ -P' + mP \cot \theta \right]                                 $
Character	$\cot (x, y, z)  \phi$	rot·rot $(x, y, z) \phi$	rot (0, 0, \$\phi\$)	rot.rot (0, 0, \phi)	rot (0, \phi, 0)	rot-rot (0, \$\phi\$, 0)	$\cot \\ (\phi,0,0)$

of

$$\frac{1}{2} \left[ \frac{Z}{r} - \frac{Z}{r^2} \right] \left( P' \cos \theta - \frac{mP}{\sin \theta} \right)$$

$$\frac{1}{2} \left[ \frac{Z}{r} \left( P' \cos \theta - P' \sin \theta \right) \right]$$

$$\frac{1}{2} \left[ \frac{Z}{r} \left( P' \cos \theta + P' \sin \theta \right) \right]$$

$$\frac{1}{2} \left[ \frac{Z}{r} \left( P' \cos \theta + P' \sin \theta \right) \right]$$

$$\frac{1}{2} \left[ \frac{Z}{r} \left( P' \cos \theta + P' \sin \theta \right) \right]$$

$$\frac{1}{2} \left[ \frac{Z}{r} \left( P' \cos \theta + P' \sin \theta \right) \right]$$

$$\frac{1}{2} \left[ \frac{Z}{r} \left( P' \cos \theta + P' \sin \theta \right) \right]$$

$$\frac{1}{2} \left[ \frac{Z}{r} \left( P' \cos \theta + P' \sin \theta \right) \right]$$

$$\frac{1}{2} \left[ \frac{Z}{r} \left( P' \cos \theta + P' \sin \theta \right) \right]$$

$$\frac{1}{2} \left[ \frac{Z}{r} \left( P' \cos \theta + P' \sin \theta \right) \right]$$

$$\frac{1}{2} \left[ \frac{Z}{r} \left( P' \cos \theta + P' \sin \theta \right) \right]$$

$$\frac{1}{2} \left[ \frac{Z}{r} \left( P' \cos \theta + P' \sin \theta \right) \right]$$

$$\frac{1}{r^2} \left[ \frac{Z}{r} \left( P' \cos \theta + P' \sin \theta \right) \right]$$

$$\frac{1}{r^2} \left[ \frac{Z}{r} \left( P' \cos \theta + P' \sin \theta \right) \right]$$

$$\frac{1}{r^2} \left[ \frac{Z}{r} \left( P' \cos \theta + P' \sin \theta \right) \right]$$

$$\frac{1}{r^2} \left[ \frac{Z}{r} \left( P' \cos \theta + P' \sin \theta \right) \right]$$

$$\frac{1}{r^2} \left[ \frac{Z}{r} \left( P' \cos \theta + P' \sin \theta \right) \right]$$

$$\frac{1}{r^2} \left[ \frac{Z}{r} \left( P' \cos \theta + P' \sin \theta \right) \right]$$

$$\frac{1}{r^2} \left[ \frac{Z}{r} \left( P' \cos \theta + P' \sin \theta \right) \right]$$

$$\frac{1}{r^2} \left[ \frac{Z}{r} \left( P' \cos \theta + P' \sin \theta \right) \right]$$

$$\frac{1}{r^2} \left[ \frac{Z}{r} \left( P' \cos \theta + P' \sin \theta \right) \right]$$

$$\frac{1}{r^2} \left[ \frac{Z}{r} \left( P' \cos \theta + P' \sin \theta \right) \right]$$

$$\frac{1}{r^2} \left[ \frac{Z}{r} \left( P' \cos \theta + P' \sin \theta \right) \right]$$

$$\frac{1}{r^2} \left[ \frac{Z}{r} \left( P' \cos \theta + P' \cos \theta \right) \right]$$

$$\frac{1}{r^2} \left[ \frac{Z}{r} \left( P' \cos \theta + P' \cos \theta \right) \right]$$

$$\frac{1}{r^2} \left[ \frac{Z}{r} \left( P' \cos \theta + P' \cos \theta \right) \right]$$

$$\frac{1}{r^2} \left[ \frac{Z}{r} \left( P' \cos \theta + P' \cos \theta \right) \right]$$

$$\frac{1}{r^2} \left[ \frac{Z}{r} \left( P' \cos \theta + P' \cos \theta \right) \right]$$

$$\frac{1}{r^2} \left[ \frac{Z}{r} \left( P' \cos \theta + P' \cos \theta \right) \right]$$

$$\frac{1}{r^2} \left[ \frac{Z}{r} \left( P' \cos \theta + P' \cos \theta \right) \right]$$

$$\frac{1}{r^2} \left[ \frac{Z}{r} \left( P' \cos \theta + P' \cos \theta \right) \right]$$

$$\frac{1}{r^2} \left[ \frac{Z}{r} \left( P' \cos \theta + P' \cos \theta \right) \right]$$

$$\frac{1}{r^2} \left[ \frac{Z}{r} \left( P' \cos \theta + P' \cos \theta \right) \right]$$

$$\frac{1}{r^2} \left[ \frac{Z}{r} \left( P' \cos \theta + P' \cos \theta \right) \right]$$

$$\frac{1}{r^2} \left[ \frac{Z}{r} \left( P' \cos \theta + P' \cos \theta \right) \right]$$

$$\frac{1}{r^2} \left[ \frac{Z}{r} \left( P' \cos \theta + P' \cos \theta \right) \right]$$

$$\frac{1}{r^2} \left[ \frac{Z}{r} \left( P' \cos \theta + P' \cos \theta \right) \right]$$

$$\frac{1}{r^2} \left[ \frac{Z}{r} \left( P' \cos \theta + P' \cos \theta \right) \right]$$

$$\frac{1}{r^2} \left[ \frac{Z}{r} \left( P' \cos \theta + P' \cos \theta \right) \right]$$

$$\frac{1}{r^2} \left[ \frac{Z}{r} \left( P' \cos \theta + P' \cos \theta \right) \right]$$

$$\frac{1}{r^2} \left[ \frac{Z}{r} \left( P' \cos \theta + P' \cos \theta \right) \right]$$

$$\frac$$

	No. o Eq.	(21)	(22)	(23),	(24)
	m	$\left(Z'P\cos\theta - \frac{Z}{r}P'\sin\theta\right) - \sin\frac{\cos m - 1}{r}\phi$	$\left(-Z'P\cos\theta + \frac{Z}{r}P'\sin\theta\right) - \sin\frac{\cos m + 1}{r}\phi$	$\left[ (m+1) \left( \frac{Z'}{r} P + \frac{Z}{r^2} P' \cot \theta \right) \right] \cos \frac{\cos m}{m+1} \phi$ $\left[ + PZ \left( k^2 - \frac{m(m+1)}{r^2 \sin^2 \theta} \right) \right]$	$\left[ (1-m) \left( \frac{Z'}{r} P + \frac{Z}{r^2} P' \cot \theta \right) \right] \frac{\cos m}{m-1} \phi$ $\left[ + PZ \left( k^2 - \frac{m (m+1)}{r^2 \sin^2 \theta} \right) \right] - \sin \frac{m}{m} - 1 \phi$
Table 2.	n	$-\left(Z' + \frac{mZ}{r}\right) P \sin \frac{m-1}{r} \phi$	$\left(m\frac{Z}{r}-Z'\right)P\sin\frac{\pi}{\cos m+1}\phi$	$ \left(\frac{Z'}{r} (P' \sin \theta + P \cos \theta) + (m+1) \frac{Z}{r^2} \left(\frac{mP \cos \theta}{\sin^2 \theta} - \frac{P'}{\sin \theta}\right) \sin \frac{1}{m+1} \phi $ $ \left(+Z \left(k^2 - \frac{n(m+1)}{r^2}\right) P \cos \theta\right) $	$ \left( -\frac{Z'}{r} (P' \sin \theta + P \cos \theta) - \frac{Z'}{r} (P' \sin \theta + P \cos \theta) - (m-1) \frac{Z}{r^2} \left( \frac{mP \cos \theta}{\sin^2 \theta} + \frac{P'}{\sin \theta} \right) \frac{\sin \frac{m}{m-1} \phi}{\cos \frac{m}{m-1}} \right) $
	n	$\frac{Z}{r} (P' + mP \cot \theta) \sin \frac{m-1}{r} \phi$	$\frac{Z}{r} (P' - mP \cot \theta) \sin \frac{m-1}{m+1} \phi$	$\left[ \left( \frac{Z}{r^2} - \frac{Z}{r} \right) \left( \frac{\sin \theta}{mP} - P' \cos \theta \right) \right] \sin \frac{1}{m+1} \phi$ $\left[ - \left( \frac{2}{r} Z' - n(n+1) \frac{Z}{r^2} \right) P \sin \theta \right]$	$\left[ \left( \frac{Z}{r^2} - \frac{Z}{r} \right) \left( \frac{mP}{\sin \theta} + P' \cos \theta \right) \right] \sin \frac{1}{m-1} \phi$ $\left[ + \left( \frac{2}{r} Z' - n(n+1) \frac{Z}{r^2} \right) P \sin \theta \right] \cos \frac{m-1}{m} \phi$

第3表は (17)~(20), (21)/~(24)/ の  $r=\infty$  における様子を示している\*.

		Table 3.	$unit = \sqrt{\frac{2}{\pi}} e^{-i\left(kr - \frac{n+1}{2}\right)}$	
	u	v	w	No. of Eq.
(17)	0	$\frac{m}{kr} \frac{P}{\sin \theta} \frac{\cos m\phi}{\sin \phi}$	$-\frac{1}{kr}P'$ $-\frac{\sin m\phi}{\cos m\phi}$	(25)
(18)	$-\frac{m}{kr^2}P$ $\cos_{\sin}m\phi$	$\frac{i\sqrt{k}}{r}P'$ $\frac{\cos}{\sin}m\phi$	$-\frac{mi\sqrt{k}}{r}\frac{P}{\sin\theta}-\cos m\phi$	(26)
(19)	$-\frac{m}{kr^2}P$ $-\cos m\phi$	$-\frac{m}{kr^2}P\cot\theta - \cos m\phi$	$\frac{i}{r}P\sin\theta  \sin m\phi$	(27)
(20)	$\frac{i}{r^2} \left( P' \sin \theta + 2P \cos \theta \right) \frac{\cos m\phi}{\sin m\phi}$	$-\frac{k}{r}P\sin\theta\cos m\phi$	$\frac{i}{r^2} P \cot \theta - \sin m\phi$	(28)
(21)'	$\frac{1}{kr^2} \Big( P' + mP \cot \theta \Big) \sin m - 1 \phi$	$\frac{i}{r}P  \sin_{\cos}\overline{m-1}\phi$	$-\frac{i}{r}P\cos\theta - \frac{\cos \overline{m-1}\phi}{\sin \theta}$	(29)
(22)'	101 / COS	$\frac{i}{r}P  \sin_{\cos}\overline{\mathrm{m}+1}  \phi$	$\frac{i}{r}P\cos\theta - \frac{\cos \overline{m+1}}{\sin}\phi$	(30)
	$\frac{i}{r^2} \left( \frac{mP}{\sin \theta} - P' \cos \theta + 2P \sin \theta \right) \\ \frac{\sin}{\cos m} \frac{1}{m+1} \phi$	$\frac{k}{r} P \cos \theta \frac{\sin}{\cos m + 1} \phi$	$\frac{k}{r}P$ $\cos \overline{m+1}\phi$	(31)
(24)'	$\frac{i}{r^2} \left( \frac{mP}{\sin \theta} + P' \cos \theta - 2P \sin \theta \right) \\ \frac{\sin}{\cos m} \frac{m-1}{\sigma} \phi$	$-\frac{k}{r}P\cos\theta\sin\frac{m-1}{m-1}\phi$	$\frac{k}{r}P \qquad -\sin \overline{m-1}\phi$	(32)

\* 
$$Z_k = \frac{1}{\sqrt{kr}} H_{n+\frac{1}{2}}^{(2)}(kr) \longrightarrow \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{kr} e^{-i\left(kr - \frac{n+1}{2}\pi\right)}$$

のうちのどれかをとれば、(9)式から求められる変位成分は弾性体の運動方程式を満たすことが分かつている [竹内均 (1956)]. (16)の3つは J. A. Stratlon (1941) のいう単位ベクトルを座標軸の方向に分解したものであり、(15)は

$$\mathfrak{A} = (\mathfrak{A}_r, \ \mathfrak{A}_\theta, \ \mathfrak{A}_\phi) \, \psi = (r, \ 0, \ 0) \, \psi \tag{15}$$

と書き直せる。これらを使うと、そのおのおのについて  $U_2$  と  $U_3$  の二つの解が得られるから少なくとも8つの解が得られる。それは第1表に示してある通りである。このうち(17)、(18)は妹沢の解と同じである。正野(1938)が求めた解もこれと一致する。(20)、(22)、(24)は河角(1932)の求めた解に相当する。しかし河角は(19)、(21)、(23)に相当する解を求めていないし、また(20)、(22)、(24)は河角の求めた解とは 1、2 の項が異なつている。第1表では、は  $\frac{d}{d\theta}$  または  $\frac{d}{dr}$  を意味する。また P は  $P_{n}^{m}(\cos\theta)$ 、Z は  $Z_k$  のことである。

このうち (21)  $\sim$  (24) は、たとえば (21) の  $\phi$  に関しての上半分と (23) の  $\phi$  に関しての下半分を加えたり、差引いたりすることにより、第 2 表の (21)'  $\sim$  (24)' という、もつと簡単な

形に書くことができる。

第3表から (17)~(20) は、 $r=\infty$  における各変位成分の滅衰の仕方が異なるので、互いに独立と思われる。また (21)'~(24)' の  $r=\infty$  における滅衰の仕方は (18) と同じである。したがつて (18) 、(21)'~(24)' が互いに独立であるかどうかは別に証明を必要とする問題である。ここでは、 $\Delta=0$  を満足する互いに独立な解が少なくとも (17)~(20) の $\Delta=0$ 0 の $\Delta=0$ 0 の $\Delta=0$ 1 指摘するにとどめる。

 $\Delta=0$ ,  $\varpi\neq0$  をみたす解が、この他にもあるか、あるとすればいくつで、その表現はどうかという問題が生じるがこれについては諸賢の御教示を得たい。

#### § 5. 具体的な実例

前節の所論の結果,ある境界値問題をみたす互いに独立な解が数個存在することが考えられる。ここではその一例として等質等方性無限弾性体内の半径 a の球面上に (33) 式で示される変位が与えられたときの弾性体の運動を求めよう。

$$u = m \frac{Z_{k}(ka)}{a} P_{n}^{m}(\cos \theta) \cdot \cos m\phi \cdot e^{i p t}$$

$$v = m \frac{Z_{k}(ka)}{a} P_{n}^{m}(\cos \theta) \cdot \cot \theta \cdot \cos m\phi \cdot e^{i p t}$$

$$w = -\left(\frac{d}{da} Z_{k}(ka) \cdot P_{n}^{m}(\cos \theta) \cdot \sin \theta + \frac{Z_{k}(ka)}{a} \frac{d}{d\theta} P_{n}^{m}(\cos \theta) \cdot \cos \theta\right) \sin m\phi \cdot e^{i p t}$$

$$(33)$$

(33) 式は (19) 式のrをaとおきかえたものだから、この問題の1つの解は (19) 式で示されることがわかる。また佐藤 (1949) の方法をつかうと、この問題の解として (34) 式をうる。

$$u = P_{n^{m}}(\cos\theta) \cdot \left[ A \frac{dZ_{h}}{dr} + C \frac{n(n+1)}{r} Z_{k} \right] \cos m\varphi \cdot e^{ipt}$$

$$v = \left[ B'_{n+1} P_{n+1^{m}} + B'_{n-1} P_{n-1^{m}} \right] \frac{m}{\sin\theta} \cdot Z_{k} \cdot \cos m\varphi \cdot e^{ipt}$$

$$+ \frac{d}{d\theta} P_{n^{m}}(\cos) \left[ A' \frac{Z_{h}}{r} + C' \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (rZ_{k}) \right] \sin m\varphi \cdot e^{ipt}$$

$$w = \frac{m}{\sin\theta} P_{n^{m}}(\cos\theta) \left[ A' \frac{Z_{h}}{r} + C' \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (rZ_{k}) \right] \cos m\varphi \cdot e^{ipt}$$

$$- \left[ B'_{n+1} \frac{d}{d\theta} P_{n+1}(\cos\theta) + B'_{n-1} \frac{d}{d\theta} P_{n-1^{m}}(\cos\theta) \right] Z_{h} \cdot \sin m\varphi \cdot e^{ipt}$$

$$(34)$$

$$A = m \frac{Z_{k}(ka)}{a^{2}} \frac{d}{da} (a Z_{k}(ka))/\Delta, \quad C = -m Z_{h}(ha) Z_{k}(ka)/a^{2}\Delta$$

$$A' = -m \left(\frac{Z_{k}(ka)}{a} + \frac{d}{da} Z_{k}(ka)\right) \frac{Z_{k}(ka)}{a\Delta},$$

$$C' = -\frac{m}{n(n+1)} \frac{d}{da} Z_{h}(ha) \left(\frac{Z_{k}(ka)}{a} + \frac{d}{da} Z_{k}(ak)\right)/\Delta$$

$$B'_{n+1} = \frac{1}{(n+1)(n+2)} \frac{1}{Z_{k}(ka)} \left[\left(\frac{Z_{k}(ka)}{a} - \frac{d}{da} Z_{k}(ka)\right) \frac{n(n-m+1)}{2n+1} + \left(\frac{n(n+1)}{q} Z_{k}(ka) - 2 \frac{d}{da} Z_{k}(ka)\right) \frac{n-m+1}{2n+1}\right]$$

$$B'_{n-1} = \frac{1}{n(n-1)} \frac{1}{Z_{k}(ka)} \left[-\left(\frac{n(n+1)}{q} \frac{n(n+1)}{2n+1}\right) \frac{n+m}{2n+1}\right]$$

$$A = \begin{vmatrix} \frac{d}{da} Z_{h}(ha) & \frac{n(n+1)}{a} Z_{k}(ka) \\ \frac{1}{a} Z_{h}(ha) & \frac{1}{a} \frac{d}{da} (a Z_{k}(ka)) \end{vmatrix}$$

$$A = \begin{vmatrix} \frac{d}{da} Z_{h}(ha) & \frac{1}{a} \frac{d}{da} (a Z_{k}(ka)) \\ \frac{1}{a} Z_{h}(ha) & \frac{1}{a} \frac{d}{da} (a Z_{k}(ka)) \end{vmatrix}$$

である.

(19) と (34) はいずれもこの問題の解で境界条件と運動方程式を満足している。前者は  $\Delta=0$  であるのに反し、後者は  $\Delta\neq0$  である。さらに  $\gamma=\infty$  での変位成分は次表のように減衰の

きにも、同じようにして少なくとも2つの解を得ることができる。

#### § 6. 無限弾性体における波動方程式の解の一意性について

音波や電磁波のように、それを伝える無限媒質内での波動方程式が函数  $\phi$  を使つて

$$(
abla^2+k^2)\phi=0$$
  $k=p/c$  ( $c$  は波動の速度, $p$  は振動数)

で与えられるとすると、その媒質内のある表面で  $\phi$  と  $\partial \phi / \partial n$  (n は表面に垂直な方向) が与えられれば次の条件の下で解は一つにきまることがわかつている [B.B. Baker & E.T. Copson (1950)]。

$$|r\phi| < K$$
  $r \to \infty$  のとき  $r\left(\frac{\partial \phi}{\partial r} - ik\phi\right) \to 0$   $r \to \infty$  のとき  $\theta$  と  $\varphi$  に関して一様に  $\left.\right\}$  (36)

ここに  $(r, \theta, \varphi)$  は考える点を原点とした球座標, k は波動を示す.

しかし筆者は寡聞にして、弾性体の場合のように、波が2種類 (P 波と S 波)の函数  $\phi$  と  $\psi$  で与えられ、しかも無限弾性体内のある面上で  $\phi$  と  $\psi$  の1次または2次微係数 (必らずしも面に垂直な方向とは限らない) が与えられるときの解の一意性の証明を知らない。

松沢 (1939) によると有限な弾性体の表面で変位または歪力が与えられると、その表面上で 任意の時刻 t に対して

$$\iint \left( X_n \frac{\partial u}{\partial t} + Y_n \frac{\partial v}{\partial t} + Z_n \frac{\partial w}{\partial t} \right) dS = 0$$
(37)

が満足されるので、解が一つに決まる。さて無限弾性体内のある面  $S_1$  上で変位または歪力が与えられたとする。この面  $S_1$  をとりかこむ面を  $S_2$  とし、 $S_2$  を  $S_1$  から無限遠の ところにもつて行くとする。このとき面  $S_1$  上で式(37)が満足されることは明らかである。さて S面上でたとえば解(17)をとつて(37)式を計算してみると  $dS=r^2d\omega$  となるので

$$\iint [有限の値] d\omega$$
 (38)

となることは容易に確められる。このことは解(18)をとつても,また(4)をとつても同じである。つまり普通の解(17),(18),(4)をとつたのでは,解は一意にはきまらないことになる。

この事実は前節の実例と符合するものと考えられる.

#### § 7. 将来の問題

ここで扱かつた問題は,重要であるが,難かしいものなので,筆者にはこの問題に対する完全な解答を与えることは至つて困難である。この論文では 2,3 の注意を与えたに止まるが, 大方諸賢の御数示と解決を期待する。

以上の結果、将来の問題として考えるべきことの主なものは次のようである.

- 1) 弾性体の運動方程式を満たす rotation の解はいくつあるか. また,それらはどのような表現をもつているか. かつ,互いに独立であるかどうか? そのなかに最も一般的な解があるかどうか?
- 2) 無限弾性体内のある閉じた面上で変位または歪力が与えられたとき、どういう条件の下で解が一つに決まるのか、また、そういう条件をみたす解の表現は具体的にどんなものなのか。

3) 現在では 2) 項の意味での条件は知られていないと思われるが、それなら §5 で取扱かったような具体的な問題について、解がいくつ得られるのか、それらのうちで物理的に不適当な解を取り除く基準があるかどうか? この基準がなければ、従来は都合のよい解だけをとって議論を進めているということになると考えられる.

おわりに、原稿をお読みの上、御注意を下さつた、東大地震研究所、理学博士佐藤奈夫氏に 感謝する。

#### 参考文献

Baker, B. B. and Copson, E. T. 1950. The Mathematical Theory of Huygens' Principle, (University Press, Oxford).

河角 広 1932. 地震波の伝播 (第2報) 地震 1, 4, 548.

Satô, Y. 1949. Boundary Conditions in the Problem of Generation of Elastic Waves, B.E. R.I., 27, 1∼10.

Sezawa, K. 1949. Sindôgaku, (Iwanami, 147).

Shôno, S. 1938. On the Propagation of Tremors over the Plane Surface of Semi-infinite Elastic Solid I, Geophys. Mag. 12, 67~162.

Stration, J. A. Electro-Magnetic Theory, (McGraw-Hill Inc., New York).

竹内 均 1956. 地球物理学的興味のある 2, 3 の方程式の一般解, 地震 2, 9, 189.

松沢武雄 1939. 弹性論 (上). (岩波講座物理学, 51).

# 平均有感半径が最大有感距離より 地震の規模別\*に有効

宮 本 貞 夫

(昭和 36 年 1 月 20 日受理)

The Mean Radius of Felt Area is Better than the Maximum Radius for Earthquake Classifications

#### Sadao MIYAMOTO

(Received January 20, 1961)

The mean radius of felt area is better fitted for the classification of earthquakes than its maximum radius,

The reason is that seismic intensity of stations in region of abnormal gravity is also abnormal. Fig. 1, 2 and 3 are good examples.

#### §1. 序

現在の気象庁地震課としては M 以外の方法として、地震の大きさを大略区別するのに、最大有感距離で行なつているが、むしろ平均有感半径で行なう方が良いと筆者は主張する。

その理由は重力異常などのために生ずる異常震域によつて、小区域地震たるべきものが、稍顕著地震とされている例がある程度存するのである。しかも  $H>60\,\mathrm{km}$  のときは M が計算されないという規則のために、 $H=80\,\mathrm{km}$  くらいのときはこの問題はゆるがせにすることはできない。

筆者は特殊無定位磁力計と地震との関係を調べているが、地震の大きさの区別の不完全さが 致命的に困るので、ぜひ再検討していただきたくこの報告を公表する次第である.

#### §2. 具体的な事実

(a) 昭和 35 年 2 月 2 日,福島東方沖の稍顕著地震

Fig. 1 の震度分布図のごとく、盛岡の震度 1 のため、 $r=250\,\mathrm{km}$  となり、稍顕著地震となっているが、図のごとく平均有感半径は  $190\,\mathrm{km}$  くらいとなり、小区域地震とした方が良い深さ  $H=40\,\mathrm{km}$  である。

\* 規模別

顕著地震最大有感半径を r とせば

r > 300 km

稍顕著地震

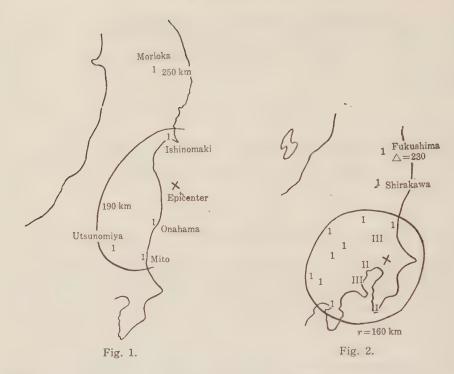
300 > r > 200

小区域地震

200 > r > 100

局発地震

100 > r



地震課ではM=5.0 としている。この値からも小区域地震とした方がよい\*と思う。

#### (b) 昭和 35 年 2 月 23 日, 千葉県の稍顕著地震

Fig. 2 のごとく福島の異常震域がとびはなれてあるために、 $r=230 \, \mathrm{km}$  となり、稍顕著地震となつているが、図のごとく、平均有感半径は  $160 \, \mathrm{km}$  となり、これも小区域地震とした方が良いと思う。 $H=80 \, \mathrm{km}$  である。

筆者の計算では M=4.9 くらいである。この値からも小区域地震とした方がよい\*と思う。

(c) 昭和 35 年 7 月 14 日,伊豆半島南方沖の稍顕著地震 Fig. 3 のごとく前橋がとびはなれて有感であるので,r=230km となり,稍顕著地震となつているが,図のごとく平均有感半径は 約 100 km で,小区域地震としても,極めて小さい方に属する。 H=20 km である.

わずかに 50 km くらいの近距離の三宅島と長津呂 (下田) が Fig. 3 のごとく震度 1 であることは、エネルギーの小さい地震を立証している。

Maebashi

1
△=230 km

1 Oshima

x II Niizima
1 Miyakezima

r=100 km (by Miyamoto)

Fig. 3.

<sup>\*</sup> 稍顕著地震の M は 5.5 位が普通と思う.

#### § 3. 結語

以上の例は筆者の無定位磁力計による異常現象が小さいので、稍顕著地震では不合理と思って検討して果して小区域地震程度であることをたしかめ得たのである。(35 年 2 月より 7 月末まで)

気象庁地震課の調査係長の長宗留男氏に上記の筆者の考えを伝えたが、「規則は軽々に変更できない. 最大有感距離で区別するのが簡単で良い」との意見に近いものと筆者にはうけとれたが、明らかにとびはなれた1点の異常震域のようなときに、それを利用するのはよくないことは明白である。もちろん同氏も慎重に検討の要ありと考えられていると思う。

M が計算されて地震月報に公表されるから、よいではないかとの考えも形式的には成立するが実際上困難な問題が生ずる。

第 1 の理由は  $H>60~\mathrm{km}$  のものは M は計算しないことと気象庁は定めている。 本論文の Fig. 2 の例が  $H=80~\mathrm{km}$  で,その良い例である。

第2の理由は観測資料の関係からMの計算されない場合が相当ある。

小区域地震の大部分および顕著および稍顕著地震でも半分くらいは地震月報に M は公表されていない。ゆえに止むなく、公表されている最大有感距離でエネルギーの比較をせねばならぬ場合が生じ、誤まりを含む場合がでてくる。

M の計算は資料の関係からおそくなり、約半年おくれて地震月報に出ているから、間に合わない場合もある。

ゆえに実際問題として最大有感距離による地震の規模別を訂正して平均有感半径をもつてすることは実際上大きな利益をもたらすと思う.

さて平均有感半径を技術的にいかに定めるかにもふれることを許していただくことにする。

Fig. 1, 2 および 3 のごとく, まずとびはなれた 1 点だけの異常震域などによる最大有感距離はすててしまう\*. 震度1の外周をかこむ閉曲線がだいたい円ならよいが, もし楕円のときは長径と短径の平均をもつてせばよいと思う. (ただしこの場合の長径をもつてしてもよいとも考えている)

Fig. 1 および 2 もだいたいその例と思う。

この作業は簡単な部類に属するはずである。重力異常以外に軟弱な地盤による異常震域の例もあるが、とにかくはつきりした事実である。本論文では実例として3例のみ示したが、筆者の過去の調査を入れると、相当の数になるのである。これらは別の論文で後日公表する予定である。

<sup>\*</sup> 異常震域としてそれを地震月報に明記はした方がよいと思う。

ぜひとも適当な機会に規則の再検討が行なわれることを切望するものである.

種々貴重なる資料の提供を快よく与えられたところの気象庁地震課の各位に厚く謝意を表して筆をおく次第である。

註 1. 本論文の内容は昭和 35 年 5 月 12 日の地震学会で発表した筆者の講演の一部に発表されたもの に資料を追加したものである. (地震前の特殊無定位磁力計の異常)

### M-r 曲線について\*

(r は平均有感半径)

宮 本 貞 夫

(昭和 36 年 1 月 20 日受理)

#### Relation between the Magnitude and Radius of Felt Area of Earthquakes

Sadao Мічамото

(Received January 20, 1961)

The writer introduces a curve between M and r, as shown in Fig. 1. r is the mean radius of felt area, instead of the maximum radius, as shown in Fig. 2, 3 and 4. When M is larger than 7, all points are distributed very near the M-r curve. M can be estimated by the mean radius of felt area.

#### § 1. 序

最大有感距離ではなくて平均有感半径をrとせば、地震の大きさMとの関係はグラフできれいな曲線に近く分布する。

M>6 の大地震についてはその傾向著るしいので、大地震のときには有効に用いられる.

河角博士は南海道地震の M を 8.1 とし、東南海地震の M を 8.3 とされているが、不合理と思う。東南海道地震のごとく、地盤の悪い名古屋地方の最大振巾を利用すると河角博士の求めた M=8.3 となるが、平均有感半径から Fig.~1 の M-r 曲線で求めると M=8.0 位になり、かえつて良い値\*\*を示すのではないかと思われるので、最大振巾の大きく出る地盤の悪い地方に近く起こる大地震の M を求めるのには、筆者の提案する M-r 曲線の利用が一つの参考資料になるのではないかと思い公表する次第である。(南海道地震の平均有感半径は東南海道地震のそれより  $100\,\mathrm{km}$  も大きいのである)

#### § 2. M-r 曲線について

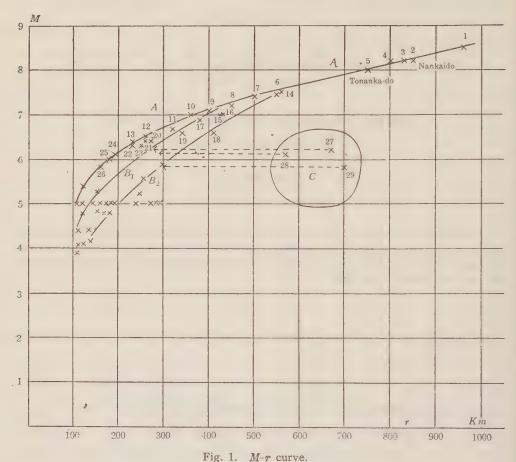
Fig. 1 のごとく縦軸に M をとり、横軸に平均有感半径をとつた。平均有感半径の内容は異常震域による少数の例外的な遠距離の最大有感距離を除いたという意味である。

資料の地震は大正初期より現在までのM>6以上の地震を重点的にとり扱かう.

<sup>\*</sup> 昭和 33 年 5 月 10 日の地震学会でこの表題で発表した.

<sup>\*\*</sup> Mg=8.0 気象庁の M=8.0 東南海道地震 求めたのである. 筆者は左の値を知らずに独立して M-r 曲線より 8.0 をかつて

M<6 の小さい地震は昭和 31 および 32 年の約 30 個をプロットし分布の特長を調べた.



M: Magnitude r: mean radius of felt area

M>6 の地震の資料は Table 1 に示す.

M>6 の大地震は Fig. 1 のごとく 1 本の曲線に近く分布し、便宜上これを A 曲線として おく.

M<6 の小さい地震は Fig. 1 のごとく別の分布の傾向を示すので、Fig. 1 のごとく便宜上  $B_1$  および  $B_2$  曲線を仮定する。M=5 でありながら、平均有感半径 r が 100  $\sim$  300 km まで 各種あるのは果してなぜかいまのところ断定できない。

逆にいえば、 $M \leq 5$  の時では有感半径でエネルギーの大小をあまり信用できない\*ということになる。 $r=120\,\mathrm{km}$  位でも M=4 のときも M=5 または M=5.4 位のときもあり得るこ

<sup>\*</sup> 一般的にはこの方法を信用して良いと思うが、少数において信用できない場合が充分あり得る.

とを示している。 しかし M>6 のごとき範囲では平均有感半径から地震の大きさを比較する ことは有意義である。

Table 1

Table 1.										
No.	地震	M	r	年月日						
1	三陸沖	8.5	960	1933. 3. 3						
2	南 海 道	8.2	850	1946. 12. 21						
3	関東	8.2	830	1923. 9. 1						
4	十 勝	8.2	800	1952. 3. 4						
5	東南海道	8.0	750	1944. 12. 7						
6	丹 後	7.4	550	1927. 3. 7						
7	鳥 取	7.4	500	1943. 9. 10						
8	福井	7.2	450	1948. 6. 28						
9	三河	7.1	400	1945. 1. 13						
10	北 伊 豆	7.0	360	1930. 11. 26						
11	河 内一大 和	6.7	320	1936. 2. 21						
12	今 市	6.5	260	1949. 12. 26						
13	鳥取	6.4	230	1943. 3. 4						
14	石 巻 沖	7.5	560	1915. 11. 1						
15	但 馬 北 部	7.0	425	1925. 5. 23						
16	日 向 沖	7.0	430	1941. 11. 19						
17	浦賀海峡	6.9	380	1922. 4. 26						
18	男 鹿 半 島	6.6	410	1939. 5. 1						
19	静岡市	6.6	340	1935. 7. 11						
20	千曲川流域	6.4	270	1941. 7. 15						
21	羽後仙北郡	6.4	260	1914. 3. 15						
22	駿 河 遠 江	6.3	230	1917. 5. 18						
23	下総西北偶	6.3	250	1923. 1. 14						
24	信 濃 大 町	6.1	190	1918. 11. 11						
25	浅 間 山 麓	6.0	180	1916. 2. 22						
26	羽後平鹿郡	5.8	160	1914. 3. 28						
27	徳島県南部	6.2	670	1955. 7. 9						
28	北海道南沖	6.1	570	1957. 6. 12						
29	北海道東沖	5.8	700	1957. 4. 26						

重力異常の正の地方の地震は Fig.~1 の C 群のごとく最大有感距離をすてて、 平均有感半径を用いると、 図のごとく A 曲線の近くに分布することになるが、 その修正をしても、 A 曲線よりも下に相当はずれていて、 B 曲線に分布することがわかる.

M>6 のうち特に M>7 の大地震についてはこの M-r 曲線が極めて有効である.

序の項でのべたごとく,東南海道地震は M-r 曲線の Fig. 1 からは平均有感半径 750 km から M=8 位を求め得て, $M_k$ =8.3 よりも良いと考える。他の人も M=8 と発表している例もある。河角博士の M は震央距離 100 km の震度を利用するので,東南海道地震でその欠点

がはつきり出たと思う.

Fig. 1 のごとく南海道地震の平均有感半径は東南海道地震のそれよりも  $100 \, \mathrm{km}$  も大きく, エネルギーははつきり南海道地震の方が大きいことを示している。各地の最大振巾を利用した 坪井の公式による M は南海道地震は 8.2 で,東南海道地震のそれは 8.0 と公表されている (地震観測法)。 ゆえに  $\Delta=100 \, \mathrm{km}$  の震度を利用した M よりは,みごとに簡単に良い結果を M-r 曲線から得る場合を示していると思う。

#### § 3. 結語

すなわち,

実際に信頼し得る M が公表されるまでには、相当時日がかかるから (1 ヵ月以上)、大地震直後に直らにエネルギーの比較をだいたい行なうには平均有感半径を震度分布図から求めて、 この M-r 曲線から M を推定するのが実際的に有効であると思う.

M>7 のごとき大地震については Fig.~1 のごとく,きれいにのることを利用して M>7.5以上の A 曲線を近似的に直線とし,次の2点を通過する直線を求める.

$$r_1=520 \ \mathrm{km}$$
  $M_1=7.5$ ,  $r_2=960 \ \mathrm{km}$   $M_2=8.5$  
$$M-M_1=\{(M_2-M_1)/(r_2-r_1)\}(r-r_1)$$
 
$$M-7.5=0.00227(r-520)$$
 
$$M=7.5+0.00227(r-520)$$

が M>7.0 のときは実用的であることを筆者は立証し得た.

便宜上、止むを得ずこの式を M を求める宮本の公式と仮称させていただく。M>7.5 であることがこの公式には必要だが、7 位までだいたい利用できるが、Fig.~1 で分かるごとく、7 以下では曲線のまがりがはげしくなるだけでなく、平均有感半径だけで簡単に M が決定できない。

震央の地方別を今後さらに詳しく調べれば、それぞれの曲線上にのつているかも知れない.

だいたいの傾向は中部および西日本の地震は7以下でもM-r 曲線にだいたいのり,東日本の特に衰日本の重力異常の正の地方に起こる地震はやはり有感半径が大きく出て,M-r 曲線から下にずれてB 曲線に近く分布するごとく見える。これも当然のことと考えて良いのではないだろうか。

御批判, 御叱正を賜われば, 誠に幸いに存ずる次第である.

貴重なる資料を快よく利用させていただいたところの気象庁地震課の各位の御好意に厚く謝意を表して筆をおくことにする。

#### 追 記

C 群の地震について具体的に説明する.

(a) Table 1 の No. 27 の徳島県南部の顕著地震だが、Fig. 2 のごとく猪苗代の異常震域のため、最大有感距離は  $670\,\mathrm{km}$  で、Fig. 1 の図のごとくとびはなれた点になるが、平均有感半径  $250\,\mathrm{km}$  を用いると M-r 曲線に近づくがやはり下で  $B_1$  曲線にのる.

震央は西南日本でも最大有感距離の地点が東北日本ではやはりこの種の例になることは注目 すべきことである.

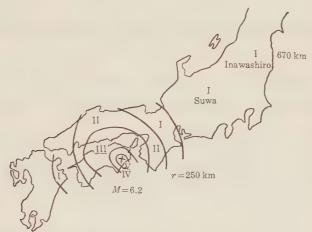


Fig. 2. Seismic Intensity. (July 9, 1955)

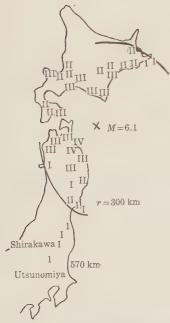


Fig. 3. Seismic Intensity. (July 12, 1957)



Fig. 4. Seismic Intensity. (April 26, 1957)

(b) No. 28 について (Fig. 3 参照)

重力異常による最も代表的な例である。最大有感距離は  $570 \, \mathrm{km}$  だが、平均有感半径では約  $300 \, \mathrm{km}$  となり、 $B_2$  曲線の近くに分布する。

(c) No. 29 について (Fig. 4 参照)

前の例と同じ傾向の例である.

C 群の特長は平均有感半径をとれば M-r 曲線に大いに接近するが、それでも下に少しはすれることである。重力の正の異常地域では平均的にやはり有感半径が大となると考えてもよいような気がする。

本論文ではこの例を3個あげるにとどめるが、相当多数の例を筆者は持つている。

最大有感距離が地震月報に公衰されているが、同時に平均有感半径も公衰された方が気利た ということは、Fig. 2 の図が最もよく立証していると思う。

#### 追 記

Fig. 1 の M-r 曲線の M<7.5 の範囲での A 曲線を近似的に抛物線で示す結果を分記することにする。 $r=520\,\mathrm{km},\ M=7.5$  の点と  $r=185\,\mathrm{km},\ M=6$  の点と  $r=110\,\mathrm{km},\ M=5$ の三点を通過するとして、

$$r = aM^2 + bM + c$$

の式に代入すると,

$$r = 62.67M^2 - 619.37M + 1640.18$$

となり、筆者がこれを種々の値で検討したが割合によくあてはまる.

更に同じ考え方で M-r 曲線全体を示す試みとして  $r=950\,\mathrm{km},~M=8.5$  の点と  $r=520\,\mathrm{km},~M=7.5$  の点と  $r=110\,\mathrm{km},~M=5.0$  の三点を通るとすると,

$$r = 76M^2 - 786M + 2140$$

となり、筆者の検討では5 < M < 7の範囲では少しはずれる。

ゆえに M<7.5 の範囲では前者の式の方が良いと思う。しかし筆者が本論文で目的とすると ころは計算よりもむしろ Fig. 1 の M-r 曲線から,簡単に M を r によつて求めることであ ることは勿論である.

# 4-PS 曲線による浅発性地震の震源の 深さの決定方法\*

宮 本 貞 夫

(昭和 36 年 1 月 20 日受理)

# Determination of the Depth of Earthquake Hypocenter by means of $\triangle -PS$ Curve

#### Sadao Мічамото

(Received January 20, 1961)

P-S time at the epicenter of an earthquake can be estimated by its  $\Delta$ -PS curve, so that the depth of the hypocenter can be determined therefrom.

The writer made standard  $\Delta$ -PS curves useful for this purpose. He showed in this paper that this method of depth determination is better than any other methods by many examples.

#### §1. 気象庁地震課の震源の深さの求め方の特徴

昭和 26 年より地震課では,P-S ノモグラフで第1 近似としての深さと震央を求め,更に P 波および S 波の走時曲線の並び方をよくするように震央および深さを修正している. ゆえに P-S ノモグラフだけで定めていたときよりも精度は良くなつているが,本論文で筆者の主張する目的は d-PS 曲線から簡単に深さのよい値が求め得ることを立証することにある.

昭和 29,30,31 年の3ヵ年の186 個の地震のなかで,60% が地震課による深さと筆者の方法による深さと一致する。10 km の差のものが 20 %で,残りの20% が相当異なるが,それらは 4-PS 出線から求めた深さの方がよいのではないかと思われる資料を示そうとするのである。

地震課の現在の深さの求め方に欠点があるとすれば次の可能性があると筆者は考えている.

P波走時曲線も和達博士の求めた標準のもので比較しているが、1 本の曲線から成るものである。しかし  $50~{
m km}$  以下の浅発性で、かつ小区域や稍顕のごとく小さい地震のときは、 $ar p_n$  を初動としていつも記録していずに、ar p や  $p^*$  を初動とする場合が多くて、点の分布が複雑である

ゆえに 20 km や 30 km の判断の誤差が生じ得る場合もあるのである。深さ 35 km 程度の

<sup>\*</sup> 昭和 29 年 4 月 23 日 昭和 32 年 5 月 14 日 地震学会で発表したものに加筆したものである.

福井地震も H=0 の P 波走時曲線を広野博士があてはめて公表を福井地震調査概報にされている。

 $p_n$ ,  $p^*$ ,  $\bar{p}$  の区別の困難から P 波走時曲線の利用より  $10~{
m km}$  や  $20~{
m km}$  の誤差の生ずるのは当然と考えて良い場合もあると思う。

かつ地震課の用いている *P-S* ノモグラフは深さ 20 km と 50 km の不連続層を全く考慮していないで地震波の速度が連続的に増加すると仮定してできているので、深さが提高異まつて出る場合もある。これは福井地震の例で後で立証する。(各地の地下糟造の差から来ることもあり得る。) が本論文で示すところの多くの事実で筆者の主張が理解していただけば幸いである。

#### §2. 浅発性地震にこの方法が用いられなかつた理由が成立しないことの立証

**4-PS** 曲線によつて震央における **P-S** を求め、これで震源の深さを求める方法は、いままで(現在でも)深発性地震の深さを求めるときは大いに利用されたが、決発性地震の深さを求めるとは大いに利用されたが、決発性地震の深さを求めるには、この方法は地震課では用いられなかつた。

その理由は 50 km くらいまでの地殻の構造が各地方によつて 異なるから、この方法は不適当であるとするのである。

浅い深さのP, S波の速さを Table 1 のごとく仮定して、震央でのPS と震源の深さとの

Table 1.										
P	S									
5 km/s	3 km/s									
6.3	3.6									
7.5	4.3									
	6.3									

関係を Fig. 1 のごとく筆者は求めた. これで多数の例について深さを求め, 気象庁の定めた深さと比較したが, 相当に良い結果を得た. 本論文の後半でその結果を示す.

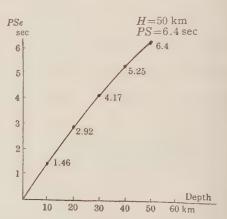


Fig. 1. D-PS<sub>e</sub> Curve by the writer.

#### §3. 福井地震の例

Fig. 2 で示すごとく、福井地震の  $\Delta$ -PS 曲線で、震央における PS は 4.4 秒と筆者は推定する。

以後震央における P-S を  $PS_e$  と簡単に記す.

Fig. 1 より深さは約 35 km と求め得る.

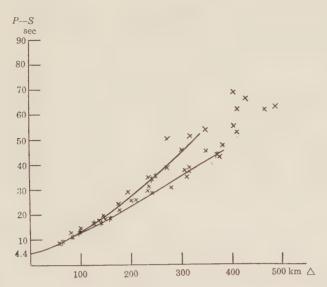


Fig. 2. 4-PS Curve of Fukui-Earthquake.

これは極めて大切である。福井地震調査概報(験震時報 14 巻別冊)の9頁に広野卓蔵博士は深さ0の標準の走時曲線を福井地震のそれに重ねて起震時を求めている。すなわち、当時の地震課はその深さを極めて浅く数 km と考えていたのは確かである。

地震課が震央および深さを求めるために用いているノモグラフは、浅所でも地震波の速さが連続的にはやくなる仮定によつて作られている欠点から、福井地震の深さがH=0と求められたのである。ところが、前記の仮定に立つノモグラフでは $H=35\,\mathrm{km}$ 位でみごとに円が集中し、深さが約 $35\,\mathrm{km}$ と定まるのである。

この作図の比較は筆者の論文\*「震央決定のための新らしいノモグラフ」に記載してある.

走時曲線の形からも、その後、越川善明氏らの研究によつて、33kmと公表されているが、 走時曲線の形からでは案外に深さの決定が困難であることは前記の広野博士の論説でも分る。

むしろ 4-PS 曲線が極めて朗快に 0 ではなくて  $30\sim35~\rm{km}$  の深さであることを示していることを筆者は強調したいのである.

#### § 4. 多数の具体的例について (H<60 km) について

深さ 60 km よりも浅い地震で、昭和 29 年の 44 個の地震、30 年の 58 個、31 年の 84 個の合計 186 個の地震の 4-PS 曲線より筆者の求めた震源の深さと他の方法で求めた気象庁の

<sup>\*</sup> 地震第2輯, 第8巻, 第1号…昭和30年。

深さと比較\*することにする。 $PS_e$  は震央における P-S とする。 $H_{pse}$  は  $PS_e$  より Fig. 1 の図より求めた震源の深さとする。

H は他の方法で気象庁地震課が定め地震月報に公表された震源の深さとする.

まず3年分の合計186個の地震全体を統計的に上の比較結果を Table 2 で示す.

両者の深さの一致するとき、すなわち  $H_{pse}=H$  のときが、60% に達する。しかし Table 3 のごとく  $\pm 10\,\mathrm{km}$  もこれに入れれば、81% に達し、4-PS 曲線による方法がだいたい他の

Ta	ble 2.	
$\overline{H_{pse}} = H$	114	61%
$H_{\it pse}\!>\! H$	44	24
$H_{\it pse}{<}H$	28	15
	186	100

Table 3.	
$H_{pse} = H$	114
$H_{pse}-H=10 \text{ km}$	24
$H_{pse}-H=-10 \text{ km}$	15
	153

151/186=81%

方法とも同じ結果の出ることを意味する。後に詳しく具体的に図で示すが,両者の深さが異なるときは,むしろ A-PS 曲線による深さ  $H_{pse}$  の方がよりよいのではないかと立証できる場合が多いのであるが,これは後で詳しく述べる。 Table 5 および Table 7 で示すごとく  $H_{pse}$  とH との差の大半は  $10 \, \mathrm{km}$  程度で大して問題ではない。

両者の差が  $20 \, \mathrm{km}$  以上ある場合が 20% くらいあるが、筆者の調査では  $H_{\mathrm{pse}}$  の方に信頼性 があると思われると思われる場合が多い。福井地震の例で立証したごとく、地震課の定める方法の一つは P-S で円を画き震央と深さを同時に定めるが、そのノモグラフに欠点があるからである。

本論文ではふれないことにしている深発性地震のなかの少数例にも完全に  $H_{pse}$  が正しいこ

Table 4.  $H_{pse} = H$ .

٤	を立証す	る例がある。	これは別の論文で詳しく述っ	べる。
---	------	--------	---------------	-----

Depth		%
0 km	10	9
10	11	10
20	15	13
30	3	3
40	39	35
50	14	12
60	22	18
	114	100%

#### (a) $H_{pse}=H$ の多数例について

3 年間のうちに調査した 187 個の地震のうち 114 個,すなわち 60% が  $H_{pse}\!=\!H$  の例だが,深さ  $10~{\rm km}$  ごとに分類すると Table~4 のごとくなる.

Fig. 3 にその A-PS 曲線の数例を示す。それぞれの地震の番号と Table 6 を対照していただきたい。

<sup>\*</sup> 地震月報の H は  $10~\rm km$  ごとの大略の値なので,比較のために 求める  $H_{pse}$  も  $10~\rm km$  ごとの大略  $PS_e=2~\rm sec$  のとき  $H_{pse}=10~\rm km$  の値にした。  $PS_e=3~\rm sec$   $H_{pse}=20~\rm km$   $H_{pse}=30~\rm km$   $H_{pse}=30~\rm km$   $H_{pse}=40~\rm km$   $H_{pse}=50~\rm km$ 

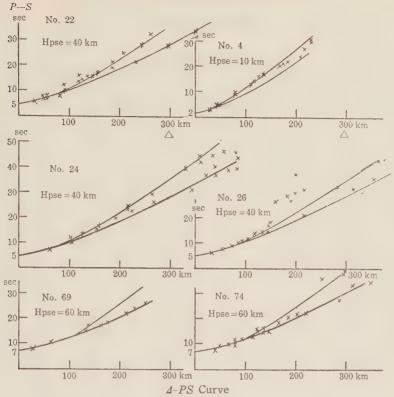


Fig. 3.  $H_{pse}=H$ .

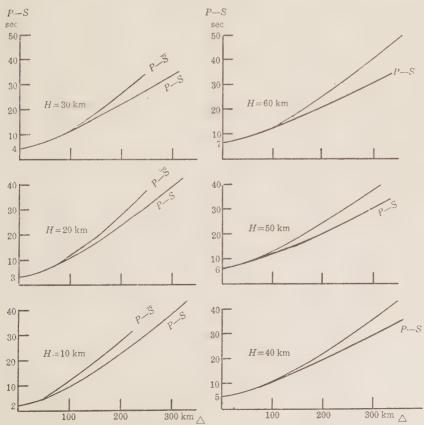


Fig. 4. Standard 4-PS Curve by the writer.

Table 6-1.  $H_{pse} = H$ .

NT.	77	**			22 000	ı	1	1			
No.	$H_{pse}$	H	$H_{pse}-H$	$PS_e$	震 央	φ	λ	年	月	日	規模
1	0	0	0	0.5	名古屋附近	34.85	137.1	1956	11	12	S
2	1~10	1~10	0	1	烏取県西部	35.2	133.3	1956	2	24	s
3	10	10	0	2	徳島の南部	33.6	134.4	1955	8	13	S
4	10	10	0	2	鳥 取 西 部	35.2	133.4	1955	6	23	S
5	10	10	0	2	栃木県西部	36.6	139.5	1954	1	16	S
6	10	10	0	2	徳島の南	33.7	134.4	1955	8	1	s
7	10	10	0	2	愛知県南部	34.85	137.1	1956	11	12	S
8	10	10	0	2,	和歌山県中部	33.9	135.2	1956	1	27	S
9	10	10	0	2	京都府	35.2	135.5	1954	4	20	s
10	10	10	0	2	群馬県東部	36.7	139.2	1956	11	5	s
11	15	15	0	2.5	福 井 県	36.0	136.2	1954	4	25	S
12	20	20	0	3	四国南東部	32.9	134.4	1954	4	13	r
13	20	20	0	3	高知県中部	33.7	133.9	1955	10	1	S
14	20	20	0	3	徳島県南部	33.7	134.3	1956	2	16	m
15	20	20	0	3	宮城・福島県境	37.95	140.55	1956	9	29	r
16	20	20	0	3	関東北部	36.7	139.3	1954	9	6	S
17	20	20	0	3	福井附近	35.8	136.1	1956	12	31	s
18	20	20	0	3	鳥取県中部	35.3	133.7	1956	6	19	s
19	30	30	0	4	和歌山県	33.9	135.5	1955	12	31	s
20	30	30	0	4	佐渡ヶ島附近	38.2	138.6	1954	9	19	m
21 22	30	30	0	4	静岡県中部	34.9	138.4	1956	4	4	S
	40	40	0	5	茨 城 県	36.1	140.0	1954	10	4	S
23 24	40	40	0	5	福島東沖	37.1	141.2	1954	11	2	s
25	40	40	0	5	金華山北東沖	38.5	142.0	1954	10	13	m
26	40	40	0	5	東京附近	35.5	139.7	1954	4	10	S
27	40	40	0	5	茨城東方沖	36.4	140.9	1954	7	18	m
28	40	40	0	5	千葉県北部	35.9	140.8	1955	9	19	S
29	40	40	0	5	千葉県東海岸	35.6	140.5	1955	10	6	ş
30	40	40	0	5	福島東方沖	37.1	141.2	1955	5	21	S
31	40	40	0	5	福島東方沖	37.1	141.9	1955	5	26	S
32	40	40	0	5	三 陸 沖	40.5	144.55	1955	11	1	m
33	40	40	0	5	房総南東沖	35.1	141.6	1955	5	11	m
34	40	40	0	5	北海道南沖	41.6	144.0	1955	7	1	S
35	40	40	0	5	千葉・茨城県境	35.9	140.6	1956	8	9	S
36	40	_	0	5	金華山南東沖	38.0	142.0	1956	3	5	S
37	40	40	0	5	鹿 島 灘	36.3	140.9	1956	11	25	S
38	40	40	0	5	三陸沖	39.25	143.55	1956	2	14	S
39	40	40	0	5	福島県東方沖	37.5	141.5	1954	6	8	m
40	40	40	0	5	鹿 島 灘	36.6	141.2	1956	4	24	S
-	10	40	0	5	瀬戸内海西部	33.8	132.3	1956	1	2	S

Table 6-2.  $H_{pse} = H$ .

		,			11 pse						
No.	$H_{pse}$	H	$H_{pse}-H$	$PS_e$	震 央	$\varphi$	λ	年	月	日	規模
41	40	40	0	5	金華山南東沖	37.9	141.9	1956	7	22	s
42	40	40	0	5	三陸沖	40.1	142.1	1956	5	27	s
43	40	40	0	5	福島東方沖	36.75	142.25	1956	9	16	s
44	40	40	0	5	茨城県東方沖	36.5	141.0	1956	8	14	s
45	40	40	0	5	<b>茨城県東方沖</b>	36.4	141.2	1956	2	9	s
46	40	40	0	5	<b>茨城県東方沖</b>	36.7	141.2	1954	5	4	r
47	40	40	0	5	千葉・茨城県境	35.9	140.6	1956	8	9	S
48	40	40	0	5	志摩半島沖	34.2	136.8	1956	6	23	S
49	40	40	0	5	三 陸 沖	39.1	142.3	1956	9	27	s
50	40	40	0	5	小 名 浜 沖	36.9	141.5	1956	6	10	S
51	50	50	0	6	千葉県東沖	35.3	140.5	1955	10	20	s
52	50	50	0	6	伊豆半島南方沖	33.8	138.8	1956	8	12	r
53	50	50	0	6	福島東沖	37.5	141.6	1955	3	27	m
54	50	50	0	6	三 陸 沖	40.5	145.0	1955	9	13	m
55	50	50	0	6	名古屋附近	35.2	136.7	1956	9	18	S
56	50	50	0	6	銚 子 沖	35.5	141.0	1954	7	18	S
57	50	50	0	6	東京附近	35.7	139.9	1956	2	14	r
58	50	50	0	6	銚子東方沖	35.75	141.25	1956	5	16	S
59	50	50	0	6	茨城県東方沖	36.8	141.8	1956	1	2	S
60	50	50	. 0	6	金華山東方沖	38.25	142.25	1956	8	6	r
61	60	60	0	7	茨城県東方沖	36.4	142.8	1654	11	18	S
62	60	60	0	7	千葉県東方沖	35.3	140.5	1954	11	15	S
63	60	60	0	7	青森 東沖	41.5	142.0	1954	11	11	m
64	60	60	0	7	<b>茨城県南東部</b>	36.1	140.4	1954	8	25	s
65	60	60	0	7	北海道南沖	41.9	142.6	1955	2	1	r
66	60	60	0	7	金華山東沖	37.8	142.0	1956	2	3	m
67	60	60	0	7	北海道南部	42.3	143.1	1956	4	4	S
68	60	60	0	7	三 陸 沖	40.6	144.2	1956	8	5	r
69	60	60	0	7	北海道南部	42.3	143.1	1956	2	14	m
70	60	60	0	7	金華山南東沖	37.3	142.2	1956	2	10	r
71	60	60	0	7	北海道南沖	41.5	142.75	1956	1	4	s
72	60	60	0	7	釧路南沖	42.5	144.5	1956	9	21	s
73	60	60	0	7	<b>茨城県南西部</b>	36.1	140.4	1954	8	25	S
74	60	60	0	7	奈 良 県	34.3	135.9	1954	4	21	s
75	60	60	0	7	三 陸 沖	38.4	142.5	1956	1	6	r
76	60	60	0	7	千葉県中部	35.5	140.25	1956	9	30	s
77	60	60	0	7	釧路南沖	42.4	145.0	1956	4	23	r

Table 6-3.  $H_{pse}=H$ .

No.		77	 TT TT	na	2003 140		λ	- 年	月	日	規模
140.	$H_{pse}$	H	$H_{pse}-H$	$PS_e$	震 央	φ			73		风 保
78	10	10	0	2	秋田県北部	40.3	140.2	1955	10	19	m
79	10	10	0	2	鳥取県中部	35.5	134.0	1955	10	13	m
80	20	20	0	3	房 総 東 沖	35.2	141.5	1955	1	15	S
81	20	20	0	3	鹿 島 灘	33.9	140.9	1955	5	12	S
82	20	20	0	3	徳島県南部	35.8	134.4	1955	7	29	m
83	20	20	0	3	三重県海岸	34.5	136.8	1955	11	12	S
84	20	20	0	3	徳島県南部	33.7	134.25	1955	9	18	S
85	20	20	0	3	福井、附近	36.0	136.3	1955	2	17	S
86	40	40	0	5	三陸沖	40.1	143.0	1955	6	4	r
87	40	40	0	5	茨 城 沖	36.3	142.1	1955	6	14	r
88	40	40	0	5	三 陸 沖	40.2	143.0	1955	6	4	r
89	40	40	0	5	茨 城 沖	36.5	141.0	1955	2	13	s
90	40	40	0	5	三 陸 沖	40.1	143.0	1955	6	6	r
91	40	40	0	5	三 陸 沖	39.75	143.75	1955	5	1	r
92	40	40	0	5	北海道南東岸	42.6	144.9	1955	4	4	r
93	40	40	0	5	千葉県東海岸	35.4	140.3	1955	10	19	s
94	40	40	0	5	茨 城 沖	36.3	141.8	1955	11	2	s
95	40	40	0	5	茨城県東方沖	36.2	141.3	1955	5	26	S
96	50	50	0	6	<b>茨</b> 城県東海岸	36.3	142.1	1955	6	14	m
97	50	50	0	6	茨城県南西部	36.2	139.8	1955	5	26	s
98	50	50	0	6	茨 城 南 西 部	36.2	139.9	1955	1	11	S
99	50	50	0	6	北海道南沖	41.4	143.6	1955	1	6	S
100	60	60	0	7	金華山東沖	38.4	141.8	1955	8	15	m
101	60	60	0	7	三 陸 沖	40.1	143.8	1955	5	6	r
102	60	60	0	7	三 陸 沖	39.0	142.5	1955	7	14	S
103	60	60	0	7	青 森 東 沖	41.2	142.3	1955	3	24	S
104	60	60	0	7	浦河西南西沖	42.1	142.4	1955	3	22	S

想像以上にきれいに並んでいる例が多い.

Table 6-1 および Table 6-2 は  $\Delta$ -PS 曲線が 1 本の曲線でひき得る地震を示し、Table 6-3 は 2 本の曲線で  $\Delta$ -PS 曲線がひき得る場合である。

Table 5.  $H_{pse} > H$ .

$H_{ps}e-H$		
5 km	1	2%
10	24	57
20	13	31
30	2	5
40	1	2
50	1	2
	42	100

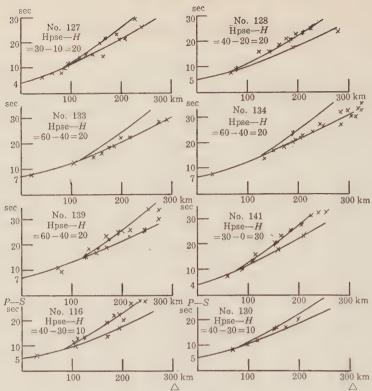
 $s_n$  の代りに  $s^*$  または  $\overline{s}$  を初動とよみとるからと思う. 小さい地震ではこの例が多い。  $100 \, \mathrm{km}$  以内に観測点のある 4–PS 曲線の多数の実例を利用して,標準の 4–PS 曲線を深さ  $10 \, \mathrm{km}$  ごとに作り,Fig. 4 に示したが,有効に利用し得る。

### (b) $H_{pse}>H$ の多数例について

Fig. 5 に  $H_{\it pse}>H$  の  $\it \Delta-PS$  曲線の 6 例を示すが、こ

Table 6-4.  $H_{pse} - H > 0$ .

No.	$H_{pse}$	H	$H_{pse}-H$	$PS_e$	震央	φ	λ	年	月	日	規模
105	10	0	10	2	名古屋附近	34.75	137.1	1956	11	12	s
106	20	10	10	3	滋賀県西部	35.35	135.85	1956	9	14	S
107	20	10	10	3	知多半島	34.9	136.8	1955	2	12	s
108	20	10	10	3	千葉県東沖	35.4	140.9	1955	3	18	S
109	20	10	10	3	津軽海峡	41.5	140.6	1954	10	15	S
110	30	20	10	4	四国西海岸	33.1	132.4	1954	0	18	S
111	30	20	10	4	関東北部	36.7	139.3	1954	9	6	S
112	30	20	10	4	徳 島 南 部	33.8	134.3	1955	7	28	S
113	30	20	10	4	房 総 東 沖	35.2	141.5	1955	6	15	S
114	30	20	10	4	宮城県北部	38.5	141.25	1956	5	9	S
115	35	30	5	4.5	銚 子 附 近	35.75	140.8	1956	4	26	m
116	40	30	10	5	3 子 沖	35.5	141.0	1954	10	4	S
117	40	30	10	5	<b>茨城県東方沖</b>	36.2	140.9	1956	5	17	S
118	50	40	10	6	北海道南東沖	42.7	145.2	1956	3	17	m
119	50	40	10	6	茨 城 東 沖	36.5	140.7	1954	9	22	S
120	50	40	10	6	銚 子 附 近	35.6	140.0	1955	10	16	s
121	50	40	10	6	根室東沖	43.5	147.0	1955	2	7	m
122	60	50	10	7	千葉県中部	35.6	140.2	1956	6	9	S
123	60	50	10	7	福島県東方沖	37.0	141.2	1956	4	2	S
124	60	40	20	7	瀬戸内海西部	33.7	132.3	1954	7	21	S
125	30	10	20	4	滋賀県西部	35.35	135.85	1956	9	14	S
126	30	10	20	4	群馬県西部	36.7	139.2	1956	11	5	S
127	30	10	20	4	徳島県南部	33.7	134.4	1955	10	25	S
128	40	20	20	5	四国西部	33.2	132.8	1954	10	19	s
129	40	20	20	5	三 陸 沖	40.1	142.5	1955	10	1	r
130	40	30	10	5	鹿 島 灘	36.5	141.2	1956	5	14	S
131	60	40	20	7	北海道西海岸	43.25	139.75	1596	7	5	S
132	60	40	20	7	宮城県東海岸	38.3	142.0	1956	7	10	S
133	60	40	20	7	浦河附近	42.1	142.7	1954	8	6	S
134	60	40	20	7	銚 子 沖	35.5	141.1	1954	7	18	r
135	80	60	20	9	三 陸 沖	39.5	143.8	1955	5	3	r
136	80	60	20	9	房 総 沖	34.3	141.7	1954	2	22	r
137	30	0	30	4	名古屋附近	34.85	137.1	1956	11	12	S
138	20	10	10	3	豊 後 水 道	32.6	132.3	1956	8	9	S
139	60	40	20	7	茨 城 沖	36.3	141.3	1956	7	12	S
140	80	40	40	9	北海道南沖	42.2	144.8	1956	10	12	m
141	30	0	30	4	九州東海岸	32.5	132.4	1956	7	1	S
142	90	40	50	10	房総南東沖	33.9	141.4	1954	1	18	r



 $\Delta$ -PS Curve Fig. 5.  $H_{pse}>H$ .

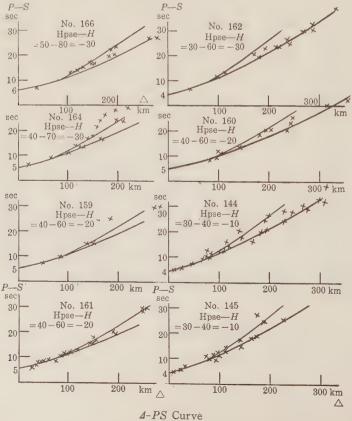


Fig. 6.  $H_{pse} < H$ .

の種の例を Table 6-4 にまとめておく. 全体の 24% に当る.

#### (c) H<sub>pse</sub><H の例

Table 2 のごとく  $H_{pse}$ <H の例は 15% で少いが、両者の深さの差で分類すると Table 7

Table 6-5.  $H_{pse} < H$ .

		77	TT TT	D.C.	hard.		ı					
No.	$H_{pse}$	H	$H_{pse}-H$	$PS_e$	[	央	φ	λ	年	月	日	規模
143	10	20	-10	2	鳥取場	具 西 部	35.2	133.4	1955	6	23	r
144	30	40	-10	4	東京	附近	35.5	139.7	1954	4	10	s
145	30	40	-10	4	東京潭	等北部	35.6	139.9	1954	2	14	S
146	30	40	-10	4	金華口	東沖	38.0	142.0	1956	3	5	s
147	30	40	-10	4	<b>茨城県</b>	東方沖	36.5	141.3	1956	5	17	m
148	40	50	-10	5	銚	产 沖	35.5	141.0	1954	7	18	S
149	40	50	-10	5	茨城県	南西部	36.1	139.9	1956	5	15	s
150	40	50	-10	5	浦河	附 近	42.1	143.1	1956	1	4	L
151	50	60	-10	6	奈島	果	34.3	135.9	1954	4	21	s
152	50	60	10	6	北海道	南海岸	42.0	142.7	1954	4	26	m
153	50	60	-10	6	<b>茨城県</b>	南西部	36.1	139.9	1956	2	9	m
154	60	70	-10	7	茨 城 南	西部	36.1	145.0	1954	9	11	s
155	60	70	-10	7	和歌山	県中部	34.2	135.5	1955	5	21	s
156	60	70	-10	7	金華山	東方沖	38.3	142.1	1956	11	21	r
157	30	50	-20	4	茨城県	南西部	36.1	139.9	1956	5	15	s
158	30	50	-20	4	北海道	南海岸	41.9	142.8	1954	4	4	r
159	40	60	-20	5	北海道南	東海岸	42.8	144.8	1954	9	17	s
160	40	60	-20	5	三陸	津!	38.9	142.3	1954	11	18	r
161	40	60	-20	5	近畿中	央部	34.7	136.1	1955	11	3	S
162	40	60	-30	4	八万	7 沖	40.5	142.1	1955	11	2	m
163	60	80	-20	7	奈良県	中央	34.25	135.75	1956	11	18	S
164	40	70	-30	5	千葉県	北部	35.7	140.7	1955	7	24	r
165	40	70	-30	5	茨 坡	、 県	36.1	140.1	1954	1	17	r
166	50	80	-30	6	浦河南	西沖	42.0	142.5	1956	3	18	S

のごとくなる。 $10 \, \mathrm{km}$  くらいの差は問題としなければ、この種の例は数がさらに少なくなる。

Fig. 6 に示した番号と Table 6-5 と対応していただきたい.

§ 5. A-PS 曲線の各点のばらつきの悪いとき

Table 7.  $H_{pse} < H$ .

$H_{\it pse}{-H}$		
-10 km	14	50%
-20  km	9	32
-30 km	5	18
	28	100

もし 4-PS 曲線の各点のばらつきの悪いときは、筆者はその震央が悪いとして、適当にず ちせて 4-PS 曲線が極めてきれいに並ぶ例が相当にある。

Fig. 9 のごとく震央をずらせ A 点にした根拠は A-PS 曲線の点のばらつきをきれいにする ために移したが、震央決定図を Fig. 9 に示したが、適当に近距離の地点の PS を用いると、

Table 8. Epicenter is wrong. ( $\varphi$  and  $\lambda$  are wrong.)

No.	$H_{pse}$	Н	$H_{\it pse} - H$	$PS_e$	φ	$\varphi'$	λ	λ'	年	月	日	規模
167	10	10	0	2	33.75	33.7	134.3	134.2	1955	7	27	r
168	10	10	0	2	35.2	35.15	135.5	135_6	1954	4	20	s
169	20	20	0	3	35.3	35.5	133.7	133.9	1956	6	19	s
170	20	20	0	3	37.3	37.1	139.3	139.2	1956	6	29	s
171	30	20	10	4	31.8	32.1	130.9	130.95	1954	2	23	S
172	20	30	-10	4	31.75	32.0	131.75	132.0	1956	6	7	S
173	50	40	10	7	42.0	41.7	142.1	142.2	1954	2	1	S
174	40	40	0	5 "	35.3	35.1	140.6	140.7	1956	11	13	s
175	40	40	0	5 .	33.3	33.5	134.7	134.3	1956	7	13	S
176	50	40	10	8	32.6	32.8	132.0	132.1	1955	12	31	S
177	40	40	0	6	33.0	32.9	134.9	135.1	1956	5	26	S
178	30	60	-30	6	35.5	35.6	140.4	140.7	1954	2	2	S
179	60	60	0	7	37.6	37.6	141.7	141.4	1954	8	2	r
180	70	70	0	8	35.6	35.9	140.1	140.0	1956	8	16	s
181	80	100	-20	9	33.1	33.0	131.6	131.3	1956	10	5	S

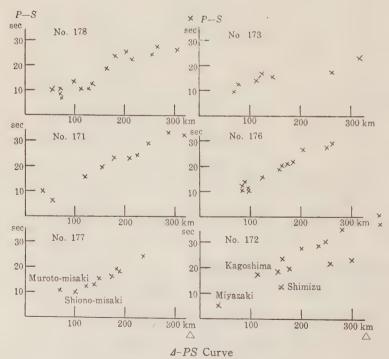


Fig. 7. Epicenters are wrong.

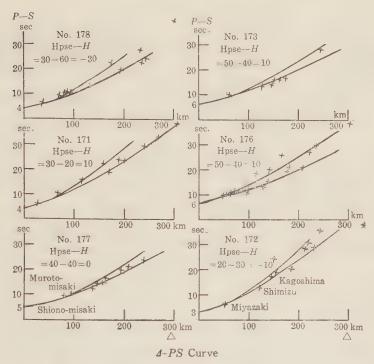


Fig. 8. Epicenters are corrected by 4-PS Curves.

見事に筆者の修正した震央に円が集中する.

Fig. 10 の筆者の作つたノモグラフ\*で行なうと、特によく一致する。遠い地点のP-S で行なうと全く別の点に集まるかのごとく見える場合が多い。不正確なP-S であるからである。4-PS 曲線さえつくれば、どのP-S が駄目かが直ちに分るわけである。

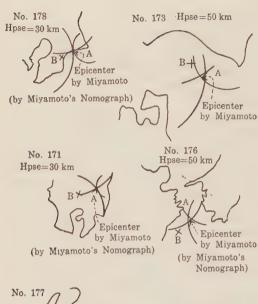
Table 8 のごとく 3 年間に約 15 でこの種の例が多いとはいえないが、無視することもできない。 震央をずらせて作つた A-PS 曲線(各点がきれいに並ぶ)から求めた深さが正しいと立証できる例が No. 181 であると思う。 理由は震央決定のための P-S / モグラフで半径のとり得なかつた数地点が、筆者の修正した深さでは半径がコンパスでとれて円が画き得る。 すなわち、各種の不合理が自然にとり除かれて調和した条件になる。過去の筆者の調査で、この種の例が相当にあつた。 Table 9 はこの種の例である。

Fig. 11 にその *A-PS* 曲線を示す.

Fig. 7 の各例について,筆者の修正した震央で 4-PS 曲線を作ると Fig. 8 のごとく極めてきれいに各点が並ぶのであつて,修正した震央の方が良いと筆者は主張できると思う.

筆者の標準の A-PS 曲線にきれいに合うのである.

<sup>\*</sup> 地震第2輯, 第8巻, 第1号. 震央決定のための新らしいノモグラフ(宮本)に公表している.



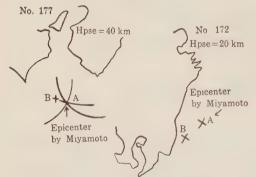


Fig. 9. Correction of epicenter.

A...Epicenter by Miyamoto

B...Epicenter by Meteorological Agency.

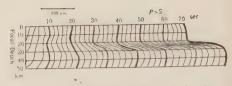


Fig. 10. Miyamoto's Nomograph for  $\overline{ps}$  or p\*s\*  $\begin{pmatrix} H < 20 & ps \\ 20 < H < 50 & p*s* \end{pmatrix}$ .

#### §6. 特別な場合

 $140 \, \mathrm{km}$  の深さを地震課が shallow と地震月報に記載した例外的の場合 が 判 明 した。 誤まつて  $H=40 \, \mathrm{km}$  と推定していたことが,はつきりしたのである。 これは 1954 年 9 月 3 日の房総南東沖の顕著地震である。 筆者の調査でだいたい明らかになつたので,地震課調査係に依頼して当時の資料を再調査していただい たところ,「残念にもこの地震だけ S 波走時曲線が画かれずにP 波走時曲線だけが画かれて,和達の  $H=40 \, \mathrm{km}$  くらいに考えたのであつた。 もし S 波走時曲線が画かれていたち,少なくとも  $100 \, \mathrm{km}$  前後の深さと分か

Table 9.

No.	$H_{pse}$	H	$H_{pse}-H$	$PS_e$	地震課の $H$ では円の半径のとれない地点と $P-S$	年	月	<u></u> 日	規模
182	40	60	-20	5	浦河 6.9 sec	1956	4	4	s
183	50	80	-30	6	奈良 7.4, 尾鷲 7.8, 大阪 8.5	1956	11	18	S
184	50	70	-20	6	横浜 7.8	1956	9	29	r
135	70	90	-20	8	柏 9.8, 熊谷 9.0	1956	6	5	S
186	100	120	-20	11	秩父 12.8, 熊谷 11.5	1956	8	31	s

り、誤まりはさけ得たであろう。現在はS波走時曲線も必らず作つているから、このような誤まりは今はないはずである」と回答されている。筆者はさらに根本的に次の問題があることを述べざるを得ない。P-S ノモグラフでこの震央を求めると、Fig. 12、Fig 13 のごとく、H=

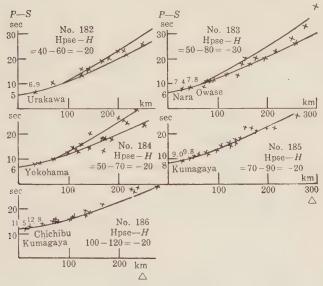
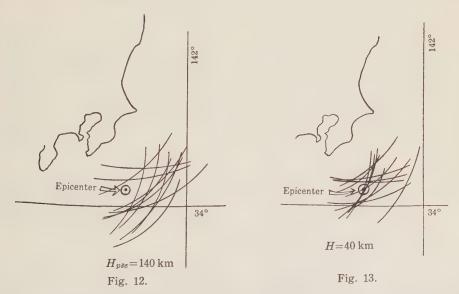


Fig. 11. *A-PS* Curve.

40 km の方が H=140 km のときよりもよく集まるのである.

このため、 $H=40 \ \mathrm{km}$  の和達の P 波走時曲線の標準のものをあてはめ、割合によくあてはまるようにみえたため誤まつたわけである。



もし *A-PS* 曲線を作れば、Fig. 14 のごとく、深さは約 140 km と直ちに分かるはずである。

最も簡単な良い方法をわざわざ無視するのが筆者には全く理解できない、

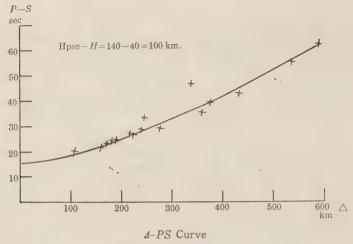


Fig. 14.  $H_{pse} = 140 \text{ km}$ .

P 波走時曲線も  $50 \, \mathrm{km}$  以下の浅発性地震のときは  $\bar{p}$ ,  $p^*$ ,  $p_n$  の 3 本の曲線が適当に画かれることが必要である。高木が計算で作つた標準のP 没走時曲線で筆者は多数別について試みたが、うまく合うのである。福井地震もその例である。しかし1 本で画かれたものではあいまいである。特に小区域、稍顕著地震などでは、 $p_n$  を読みとり得ずして、 $\bar{p}$  または反射波を  $p_n$  として初動としてよみとる場合が多いからである。

#### § 7. 結語

地下構造は各地で少し異なることは筆者もよく承知しているが、巨視的にみれば、Table 1 の仮定の方が、連続的に地震波速度が深さ0より早くなるとする旧式の仮定よりも、浅所ではすぐれているために、この結果を生んだのではないかと筆者は考えている。

**4-PS** 曲線も浅発性地震の震源の深さ決定に利用されて良いと筆者は多数の事実で主張するものである.

P の発震時よりも P-S の方の正確さが大であると考えてよいと思う。Fig. 4 の筆者の作った標準の  $\Delta$  PS 曲線を多数の各例に重ねてあてはめた結果。 $100 \, \mathrm{km}$  以下の近距離に一地点でもあれば、極めて正確に深さが決定できる。少なくとも  $10 \, \mathrm{km}$  以上の誤まりは考えられないほどぴつたりと標準の  $\Delta$ -PS 曲線が重なるのである。

ぜひともこの方法の御検討を各方面でしていただきたく筆者は希望するものである。 再調査等に快よく御協力下すつた地震課の各位の御好意に深く謝意を表します。

## 寄書

# 爆破地震波動の減衰係数 について

名古屋大学理学部地球科学教室 飯田汲事•青木治三•福井幸夫

On Attenuation Coefficients of Seismic Waves Radiated from an Explosive Seismic Origin Kumizi IIDA, Harumi Aoki and Yukio Hukui Institute of Earth Sciences, Faculty of Science, Nagoya University (Received Nov. 21, 1960)

地震波動の振巾の減衰が波動の周期の函数である ことはよく知られている事実である,震源距離をr, その点での振巾を A とすれば,震源が球対称で大 きさも r にくらべて無視できるとき

$$A \propto \frac{1}{r} \exp(-\alpha r)$$
 (1)

であらわせる. この式の  $\alpha$  は振動数 f の函数で, 線型の理論から考える限り、 $\alpha$  は  $f^2$  に比例すると みてよい. ところが地震波動の観測または室内実験 の結果によると、 $\alpha$  は  $f^2$  でなく f に比例すると いわれている. (L. Knopoff, F. J. McDonald (1958)). また, E. J. McDonal ら (1958) の結果に よると、少なくとも Pierre Shale 中では a は f に比例するとしなければならない。 われわれは同様 た目的で、1958年北海道島松で実施された地震探鉱 実験グループの共同実験の機会を利用し, Fig. 1 に 示すような爆破点および pick-up の配置でダイナ マイトの爆発により発生した地震波動の記録を得た (例を Fig. 2 に示す). pick-up は上下動 ETL 7.5 サイクル,ガルバは300サイクルを使用し,抵抗結 合の減衰器を通して両者を直結にした. 感度および 特性曲線の補正は行なってないので精密な議論は無 理であるが、記録方式から考えて、あまり差はない と思われる。なお Fig. 1 にした弾性波速度はグル ープの得た値である. Fig. 3 は得られた波形を Y. Sato (1955) の方法で Fourier 分析した結果であ

る. Fig. 2 には矢印で示した時間から反射波と思われる波形を示すので Fourier 分析にかける範囲

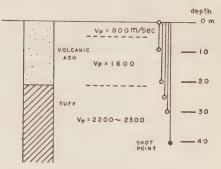


Fig. 1. Geologic section and setting position of geophones (mark ○).

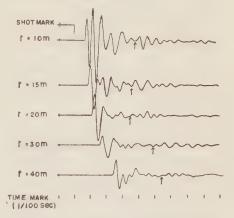


Fig. 2. Examples of seismograms. Shot depth: 40 m.
Charge size: 2.25 kg×1/16.

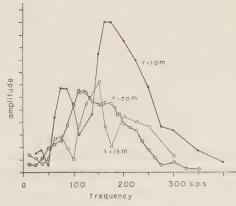
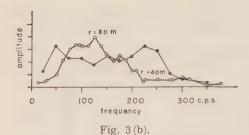


Fig. 3(a). Spectra of disturbances limited to the times indicated by arrows in Fig. 2.



on 100 200 300 c.p.e

Fig. 4. Spectra of disturbances, coda parts being excluded.

は初動からその矢印までである。(1) 式と二点での 波形のスペクトラムから, その二点間の媒質に関す る α を振動数の函数として求める McDonal の方 法を利用することにする. Fig. 3 に示すスペクトラ ムはあまり滑らかとはいえないので、Fourier 分折 にかける波形の範囲を狭くして、パルスの後に続く こまかな振動を無視して得たスペクトラムは, r =20 m, 30 m に対して Fig. 4 に示した。この二 点での波形は比較的単純であるばかりでなく, その 二点間は一様とみなせるので粘性の影響だけを調べ るには好都合である. 結果は Fig. 5 に示した通り で振動数の小さなところ、また特に大きいところで の精度が悪いことを考えると  $\alpha$  は f の一次式で あらわせそうである。そして f の係数は  $10^{-3}$ /m となり普通考えられている値になる.\* しかし、そ うすると振動数の小さなときには波動の減衰の逆の 現象が生ずることになるので物理的な意味からする とこの考えは承認できない。 原点を通るように強い て二次曲線で近似すれば  $\alpha=2\times10^{-8}f^2/cm$  を得る. 最初のパルスの振巾の減少を距離の函数としてグラ

フに書いてみると、r=20 m での波形は平均より大きな方向にずれている。もしこれを記録装置の感度の差と考えると、Fig. 5 の点は更に下にずれるのでかえって都合が悪い。また、震源の大きを無視できないとすると、完全弾性体では振巾の減少が $r^{-1}$ より大きい。この影響もやはりFig. 5 の点を下へ引きさげる結果になる。

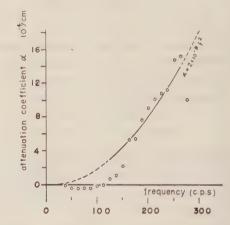


Fig. 5. Attenuation of compressional waves determined by the spectra shown in Fig. 4.

このように考えると、振動数の小さなところで減衰が見かけ上負になるという事実は、地層の不均質という点に原因があるようである。屈折法によるだけでは、検出不可能な薄い成層構造でも波形に大きくきいてくるので よほど一様な地層でなければ、波形の Fourier 分析によりその場の粘性の機構は調べ得ないであろう。境界面を含むような観測点の選び方、例えば、 $r=10\,\mathrm{m},\,r=30\,\mathrm{m}$  の組または地表のデーターから  $\alpha$  を求めようとすれば、全くでたらめな結果しか得られないことから考えると、contrast の少ない境界面の影響は無視できない。

本研究に使用した資料は地震探鉱実験グループの 共同実験により得られたものであることを付記す る.

#### 参考文献

- 飯田汲事,青木治三,笠原慶一: 1958. 地震 探鉱実験グループ協同実験報告,地震探鉱実験 グループ会報,16,1-54.
- KNOPOFF, L. and J. F. McDonald: 1958, Attenuation of small amplitude stress waves

<sup>\*</sup> 同じような結果が、表・小牧 (1960) の SH 波による場合にも出ている.

in solids. Revs. Modern Phys., **10**, 1178-1192.

- 3) 小牧昭三・表俊一郎: 1960, 土壌および岩石 を伝わる SH 波について. 1960 年 10 月地震 学会秋期満演.
- 4) McDonal, F. J. et al.: 1958, Attenuation of shear and compressional waves in Pierre shale, Geophysics, 23, 421-439.
- SATO, Y.: 1955, Analysis of dispersed surface waves by means of Fourier transform I. Bull. Earthq. Res. Inst. Tokyo Univ., 33, 33-48.

# SH 波源による任意角の Edge をもつた弾性体中の波動

名古屋大学理学部地球科学教室

太 田 裕

(昭和 36 年 1 月 23 日受理)

Waves due to SH-Origin in an Elastic Body with any Angled Edge Yutaka OHTA

Institute of Earth Sciences, Faculty of Science, Nagoya University

境界条件が複雑になった場合の波の問題の一つに 媒体が水平方向に不連続な場合の弾性波の挙動を調べる問題がある。宇佐美(1953)はそのもつとも簡単な場合として SH 波による直角崖の振動の様子を Image source の考えを使つて調べている。ここでは Edge angle が直角を含む一般の場合について,波動方程式を非同次微分方程式として見る立場から, SH 波による振動解を得ようと試みた。この結果の特別な場合として宇佐美による解の得られることは以下に見る通りである。

1. 事柄を簡単にするために, 弾性体の存在領域を極座標で表わし(すなわち 2 次元として考える),  $0 \le r \le \infty$ ,  $0 \le \theta \le \alpha$  と書けるものとする.  $Q(r_0, \theta_0)$  点の線状波源から射出される SH 波による  $P(r, \theta)$  点の変位を求めることを考える. したがつて,その振動は紙面に垂直な方向だけに限られる. (Fig. 1)

通常の notation を用いれば, この場合の運動方 程式は佐藤 (1952) によつて

$$(\mathbf{p}^2 + k^2)\phi = -\mathbf{0} \tag{1}$$

なる非同次微分方程式として考えられている。 ここに  $\phi$  は wave function, また  $\boldsymbol{0}$  は source function であつて,次の関係式を満足すべきものである。

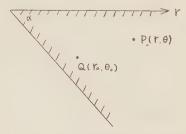


Fig. 1. Schematic diagram for the problem.

i)  $\phi=0$ ····Q 点以外のすべての点において,

i) を充す量として  $\pmb{\theta} \propto \delta(\vec{r}-r_0)$  を採れば、SH 波の場合には、 $\phi$  は z 方向の変位 u に外ならないから、(1) は

$$(\mathbf{r}^2+k^2)u=R_0\delta(\overset{\rightarrow}{\mathbf{r}}-\overset{\rightarrow}{\mathbf{r}_0})$$

と書ける。また  $\delta(\vec{r}-\vec{r_0})=\delta(r-r_0)\cdot\delta(\theta-\theta_0)/r$  であるから,結局 (1) は

$$(r^2+k^2)u=R_0\cdot\delta(r-r_0)\cdot\frac{\delta(\theta-\theta_0)}{r} \quad (2)$$

となる。このときの境界条件としては

とすればよい。(3) を考慮して u が次のように Fourier 級数で表わせるものとする.

$$u(r,\theta) = \sum_{m=0}^{\infty} \in_{m} u_{m}(r) \cdot \cos \frac{m\pi}{\alpha} \theta \cdot \cos \frac{m\pi}{\alpha} \theta_{0}$$
(4)

ここに、 $\epsilon_0=1$ 、 $\epsilon_m=2$  ( $m \neq 0$ ). 同様に  $\delta(\theta-\theta_0)$  も Fourier 展開が出来る.

$$\delta(\theta - \theta_0) = \frac{2}{\alpha} \sum_{m=1}^{\infty} \cos \frac{m\pi}{\alpha} \theta \cdot \cos \frac{m\pi}{\alpha} \theta_0 \ (5)$$

(4), (5) を (2) に入れて整理すれば,

$$\begin{split} & \begin{bmatrix} \frac{d}{dr} \left( r \frac{d}{dr} \right) + k^2 r - \left( \frac{m\pi}{\alpha} \right)^2 \frac{1}{r} \end{bmatrix} \cdot u_m(r, r_0) \\ & = \frac{2R_0}{\alpha} \cdot \delta(r - r_0) \end{split} \tag{6}$$

が得られる。(6) 式は  $r 
eq r_0$  なる限り,位数  $m\pi/\alpha$  なる Bessel 微分方程式に外ならない。したがつて,(6) の解として, $r 
eg r_0$  のとき  $H_{\nu}^{(2)}(kr)[\nu = m\pi/\alpha]$  をとればよい。 $r 
eg r_0$  のとき原点  $r 
eg r_0$  において,変位が有限であることを考えて  $J_{\nu}(kr)$  をとる。

このとき、これら二つの解が  $r=r_0$  で連続となるためには、 $u_m$  を次のようにおけばよい。

この場合の係数  $A_m$  は ii) によつて決まり

$$A_m = \frac{\pi i}{\alpha} \cdot \frac{R_0}{\mu}$$

となる.

以上の計算によつて,任意点の変位 *u* は次のように与えられる。すなわち

$$\mu \cdot u(r,\theta) = R_0 \cdot \frac{\pi i}{\alpha} \cdot \sum_{m=0}^{\infty} \in_{m} \cdot H_{\mathcal{V}^{(2)}}(kr) \cdot J_{\mathcal{V}}(kr_0)$$

$$\cdot \cos \frac{m\pi}{\alpha} \theta \cdot \cos \frac{m\pi}{\alpha} \theta_0 \quad (r > r_0)$$

$$(8)$$

$$= R_0 \cdot \frac{\pi i}{\alpha} \cdot \sum_{m=0}^{\infty} \in_{m} \cdot H_{\mathcal{V}^{(2)}}(kr_0) \cdot J_{\mathcal{V}}(kr)$$

$$\cdot \cos \frac{m\pi}{\alpha} \theta \cdot \cos \frac{m\pi}{\alpha} \theta_0 \quad (r < r_0)$$

$$(9)$$

**2.** 次に (8) 式において,  $\alpha=\pi/N$  (N: integer) の場合を考える。 このとき, (8) の中 m に関する和は

$$K = N \cdot \sum_{m=0}^{\infty} \in_{m} \cdot H_{mN}^{(2)}(kr) \cdot J_{mN}(kr_{0})$$

$$\cdot \left[\cos mN(\theta - \theta_{0}) + \cos mN(\theta + \theta_{0})\right]$$

$$= \sum_{n=0,2,4,\dots}^{2(N-1)} \sum_{l} \in_{l} H_{l}^{(2)}(kr) \cdot J_{l}(kr_{0})$$

$$\cdot \left[\cos l\left\{\theta - \left(\frac{n\pi}{N} + \theta_{0}\right)\right\}\right]$$

$$+ \cos l\left\{\theta - \left(\frac{n\pi}{N} - \theta_{0}\right)\right\}\right]^{3}$$

$$(10)$$

とかける. 次の加法定理

$$H^{(2)}(Z) = \sum_{l=0}^{\infty} \in_{l} H_{l}^{(2)}(X) \cdot J_{l}(Y) \cdot \cos l\Theta \quad X > Y$$

ここに

$$Z = (X^2 + Y^2 - 2XY \cdot \cos \Theta)^{1/2}$$

を使えば

$$K = \sum_{n=0}^{2(N-1)} \{ H_0^{(2)}(k \bar{r}_n) + H_0^{(2)}(k \hat{r}_n) \}. \quad (11)$$

2212

$$egin{aligned} & \overline{r}_n \!=\! \left[r_0^2 \!+\! r^2 \!-\! 2r_0 r\cos\left\{ heta \!-\! \left(rac{n\pi}{N} + heta_0
ight)
ight\}
ight]^{1/2}, \ & \hat{r}_n \!=\! \left[r_0^2 \!+\! r^2 \!-\! 2r r_0\cos\left\{ heta \!-\! \left(rac{n\pi}{N} - heta_0
ight)
ight\}
ight]^{1/2}. \end{aligned}$$

したがつて、 $\alpha \stackrel{\sim}{=} \pi/N$  のときの変位は

$$\mu \cdot u(r, \theta) = \frac{iR_0}{2} \cdot \sum_{n=0}^{2(N-1)} [H_0^{(2)}(k \bar{r}_n) + H_0^{(2)}(k \hat{r}_n)]$$

$$(r > r_0) \qquad (12)$$

と書かれる。 $r < r_0$  の場合もまつたく同様である。 $\overline{r_n}$ ,  $\hat{r_n}$  の形を参照すれば、 $p(r,\theta)$  点の変位  $u(r,\theta)$  は、Q 点およびその点の幾何光学的な Image source をとり、それら総ての source から波が射出されるものと考えたときのp 点における変位の和として与えられる。このことを表現しているのが(12)式に外ならない。

(12) において、特に N=2、すなわち、直角稜の場合を調べて見れば

$$\mu \cdot u(r,\theta) = \frac{iR_0}{2} \cdot [H_0^{(2)}(k\bar{r}_{n=0}) + H_0^{(2)}(k\hat{r}_{n=0}) + H_0^{(2)}(k\bar{r}_{n=2}) + H_0^{(2)}(k\hat{r}_{n=2})]$$
(13)

ここに

$$\begin{split} & \overline{r}_{n=0} \! = \! [r_0^2 \! + \! r^2 \! - \! 2r_0 r \cos{(\theta - \theta_0)}]^{1/2} \; , \\ & \hat{r}_{n=0} \! = \! [r_0^2 \! + \! r^2 \! - \! 2r_0 r \cos{(\theta + \theta_0)}]^{1/2} \; , \\ & \overline{r}_{n=2} \! = \! [r_0^2 \! + \! r^2 \! + \! 2r_0 r \cos{(\theta - \theta_0)}]^{1/2} \; , \\ & \hat{r}_{n=2} \! = \! [r_0^2 \! + \! r^2 \! + \! 2r_0 r \cos{(\theta + \theta_0)}]^{1/2} \end{split}$$

である。ここで  $kr \gg 0$  のときの Bessel 函数の漸近展開式を使えば,(13) 式は字佐美の結果に一致する。ここでは時間項  $e^{ipt}$  はすべて省略して取扱ってある。

なお、このように非同次微分方程式を解く方法は、 電磁波理論においては、かなりよく研究されている [例えば J. R. Wait (1959)].

終りに,色々と御指導頂いた飯田教授に感謝の意 を捧げる.

#### 参考文献

- SATO, Y. 1952: Study on Surface Waves VI. Generation of Love- and Other Types of SH-waves. Bull. Earthq. Res. Inst. 30, 101-120.
- 字佐美竜夫 1953: SH 波による崖の振動の一 例. 験震時報 17, 43-47.
- WAIT, J. R. 1959: Electromagnetic Radiation from Cylindrical Structures Pergamon Press, 1st Ed.

# 線形二階常微分方程式の 漸近展開

東大理地球物理

竹内 均·斎藤正徳

Asymptotic Solutions of Linear Differential Equation of Second Order

Hitoshi TAKEUCHI and Masanori SAITO Geophysical Institute, Faculty of Science, Tokyo University

地球物理学の問題でしばしば

$$\frac{d^2y}{dx^2} - h^2\phi(x)y = 0 \tag{1}$$

なる微分方程式のパラメーターhが大きい場合の漸近解を求める必要が生じる。考えている範囲内に $\phi(x)$  の零点がある場合にはいろいろの困難がおこるから、ここでは考えている範囲内で $\phi(x)$  の符号はいつも正であるとする。

この種の微分方程式については H. Jeffreys (1925) の研究があるけれども彼の研究は以下にのべる漸近解を第一近似のところでうちきつたものである. さて (1) の微分方程式の解として

$$y = \phi e^{hw} \left( 1 + \frac{f_1}{h} + \frac{f_2}{h^2} + \frac{f_3}{h^3} + \cdots \right)$$
 (2)

なる形を仮定しよう。 ここに  $\phi$ , w,  $f_1$ ,  $f_2$ … はすべて x の函数とする。 これを (1) に代入して h の各巾の係数を比較すると  $h^2$  の係数から

$$w = \pm \int \phi^{1/2} \, dx \tag{3}$$

h の係数から

$$\phi = \pm \psi^{-(1/4)} \tag{4}$$

h-(n-1) の係数から

$$\frac{df_n}{dx} = \pm \frac{1}{2} \phi \frac{d^2(\phi f_{n-1})}{dx^2}$$
 (5)

を得る。(5) は  $f_n$  の漸化式である。

$$f_0 = 1 \tag{6}$$

を考えあわせると, このようにして求められた解(2)は微分方程式(1)の漸近解になつている.式(3),(4),(5)につけた土の符号は微分方程式(1)の独立な二つの解に相当するものである。

例題 Bessel の微分方程式

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{1}{x}\frac{dy}{dx} + \left(1 - \frac{n^2}{x^2}\right)y = 0 \tag{7}$$

のnもxも大きい場合の漸近解を求めること. ただしx > nとする。微分方程式 (7) は

$$x = ne^{\xi} \tag{8}$$

という変数変換によつて

$$\frac{d^2y}{d\xi^2} + n^2(e^{\xi} - 1)y = 0 \tag{9}$$

という形になる。x > n の場合には  $e^{\xi}-1$  は常に 0 より大であるから先の一般式が適用できる。今 (3), (4), (5) 式の $\pm$ のうち+のものだけをとりあげると, この場合には

$$h = ni \qquad \phi(\xi) = e^{2\xi} - 1 \tag{10}$$

であるから

$$w(\xi) = + \int (e^{2\xi} - 1)^{1/2} d\xi$$

となる.

$$e^{\xi} = \sec z$$
 (11)

とおけば, これは積分できて

$$w(\xi) = \tan z - z \tag{12}$$

となる。 ø(i) は (4) 式から

$$\phi(\xi) = (e^{2\xi} - 1)^{-(1/4)} = (\tan z)^{-(1/2)}$$
 (13)

となる。これを(5)式に代入して計算すれば結局

$$y = \frac{1}{\sqrt{\tan z}} e^{in(\tan z - z)}$$

$$\times \left\{ 1 + \frac{a_1}{in \tan z} + \frac{3a_2}{(in \tan z)^2} + \cdots \right\}$$
 (14)

をうる. ここに

$$a_1 = \frac{1}{8} + \frac{5}{24} \cot^2 z$$

$$a_2 = \frac{3}{128} + \frac{77}{576} \cot^2 z + \frac{385}{3456} \cot^4 z \quad (15)$$

である。この漸近展開は Debye の鞍部点法を用いて計算された Hankel の函数  $H_{n^1}(x)$  の漸近展開と常数  $\sqrt{\frac{2}{\pi n}}e^{-(\pi/4)i}$  だけの違いを除いて一致している。(3), (4), (5) の式の一の符号のものからは Hankel の函数  $H_{n^2}(x)$  の展開が得られる。

上の例からも明らかなように、この漸近展開はある場合には微分方程式(1)の解の積分表示式に鞍部点法を施して得られた結果に一致する。積分表示式の積分路を適当にとつて函数の漸近展開を得るかわりに、単なる微分と積分の手つづきだけで同様の結果に到達し得ること、および微分方程式(1)の解の積分表示式が得られない場合にもこの方法は適用できること、この二つの点がこの漸近展開の有利な点である。

#### 参考文献

 JEFFREYS, H. 1924, Approximate solutions of linear differential equation of second order. Proc. Lond. Math. Soc., 23, 428-436.

## 地震時報

#### 1960 年 9 月~11 月の顕著地震 9 月 4 日 エトロフ島南東沖の地震

発震時: 08 時 46 分 27 秒, 震源: 44°N,149³/ $_4$ °E,深さ約 60 km で,釧路だけで有感,震度 I,有感距離約 430 km. Mag. 5.9 (気象庁),6³/ $_4$  (Pasadena).

#### 9月7日 浦河南方沖の地震

発震時: 00 時 24 分 38 秒, 震源: 41.9°N, 142.7°E, 深さ約 60 km で, 北海道地方の南半部および東北地方の一部で有感,最大震度Ⅲ,最大有感距離は盛岡管内田瀬まで約 300 km, Mag. 5.5 (気象庁).

#### 10 月 4 日 長野県北西部の地震

発震時: 19 時 45 分 45 秒, 震源: 36.3°N, 137.7°E, 深さ約 220 km で, 小名浜と仙台管内亘理で有感, 震度はいづれも I, 最大有感距離は仙台管内亘理まで約 330 km.

#### 10 月 6 日 茨城県沖の地震

発震時: 17 時 53 分 58 秒, 震源: 36.7°N,

141.0°E, 深さ約 40 km で, 関東地方および東北地方の一部で有感, 最大震度 II, 最大有感距離は盛岡管内田瀬まで約 310 km.

#### 10 月 8 日 日本海北部の地震

発震時: 14 時 53 分 04 秒, 震源: 40°N, 130°E, 深さ約 650 km で, 関東地方の大部分および北海道・東北・中部・近畿・中国各地方の一部で有感, 最大震度 II, 最大有感距離は釧路まで約 1,260 km, Mag. 6<sup>1</sup>/<sub>4</sub>~6<sup>1</sup>/<sub>2</sub> (Berkeley), 6<sup>1</sup>/<sub>2</sub>~6<sup>3</sup>/<sub>4</sub> (Pasadena).

#### 10 月 9 日 青森県東部の地震

発震時: 18 時 00 分 38 秒, 震源:  $40.8^{\circ}$ N,  $141.3_5^{\circ}$ E, 深さ約 100 km で, 北海道の南半部, 東北・関東両地方の大部分および中部地方の一部で有感,最大震度IV,最大有感距離は網代まで約 650 km, Mag. 6 (Palisades), 61/4 (Pasadena).

#### 10 月 29 日 房総半島南東はるか沖の地震

発震時: 07 時 29 分 18 秒, 震源: 34.6°N, 141.7°E, 深さ約 40 km で, 関東地方の一部と白河・網代で有感, 震度はいづれも I, 最大有感距離は白河まで約 310 km, Mag. 6.1 (気象庁).

#### 11 月 26 日 宮城県南部の地震

発震時: 06 時 54 分 10 秒, 震源: 38.1°N, 140.75°E, 深さ約 100 km で, 東北・関東両地方の大部分および北海道地方の一部で有感,最大震度 IV,最大有感距離は根室管内中標準まで約 700 km.

#### 11 月 28 日 北海道南東岸の地震

発震時: 00 時 17 分 16 秒, 震源: 42.5°N, 143.6°E, 深さ約 110 km で, 北海道の南半部および東北地方の大部分で有感, 最大震度Ⅲ, 最大有感距離は小名浜まで約 670 km.

# 学会記事

#### 〇幹事 会

1960 年 12 月 6 日 (火) 10 h~12 h 於東大震研 会議室

出席者 赤松,安芸,浅野,字津,友田,佐藤(良) 議 事

- 1. 春のシンポジウムの件
- 研連委開票結果 総投票枚数 81 総投票数 804

1.	鈴	木	次	郎	66
2.	佐	々	憲	$\equiv$	59
3	. 飯	田	汲	事	56
4.	竹	内		均	46
5.	本	多	弘	吉	45
6.	松	沢	武	雄	45
7.	田	治米	鏡		40
8.	島	津	康	男	37
9.	坪	井	忠	=	36
10.	和	達	清	夫	36
次点	Ž	可角		広	30

#### 〇委員会

1960 年 12 月 21 日 (水) 10 h~12 h 於東大震 研会議室

出席者 飯田, 浅野, 字津, 佐藤, 竹内, 坪井, 友田, 広野, 本多

報 告 I. 地球物理研究連絡委員選挙結果 次の 10 名が新委員として幹事に報告され た

> 鈴 木, 佐 々, 飯 田, 竹 内, 本 多 松 沢, 田治米, 島 津, 和 達, 河 角

- II. 地研連委員数は従来通り 10 名とすることが 学術会議において承認された旨和達委員(広 野委員代理)より報告があつた.
- Ⅲ. 科学研究費等分科審議会候補者の選出について次の3名が決定した旨日本地球物理学連合より通知があつた。

日高,本多,正野

- 議 題 I. 春季総会シンポジウムについて
  - a) シンポジウム題目は地震発生に関するシンポジウムとする.

b) 内容予定	及び予定講演者
---------	---------

地震発生の原因	松	沢
地殼変動その他	坪	井
地震統計 (微小地震を含む)	鈴	木
tectonics	宫	村
地殼変動の連続観測	西	村
地 磁 気	永	田

- c) 所要時間 1日
- Ⅱ. 学会会期

5月8,9,10,11日の4日間中8日にシンポジウムを行う.

- Ⅲ. 学会と地震予知研究計画準備会との関係
  - 1) 同会が細部活動にいたるまで総会の承認を うけることは自由で活発な活動のさまたげ になるであろう。
  - 学会が一つのスローガンにしばられるべきではない。

以上2つの理由により同上準備会の成立した現在を機会に学会とは離れたグループとする。学会は同グループの要請があればできるだけの協力をする。

3) 事務的には現在同準備会開催通知希望者及 び適当な人に次の準備会の通知を出し、会 開催の世話をする.

同準備会開催通知希望者を学会の名におい て再度募集する.

その申込期日を1月31日(1961)とする.

- Ⅳ. 委員改選締切を2月中とし、例年通り行う.
- V. 研連委中, 地震学会に研連委の議事の報告を する人は従来通り研連委の幹事におねがいす る.

THE STATE OF THE S LI BUTTERST WILL

#### 地震学会賛助会員(順不同)昭和34年6月1日現在

東京都中央区日本橋室町2の1の1 東京都中央区八重州5の3の1 東京都中央区銀座2の4 東京都中央区室町2の1 東京都千代田区大手町1の6 東京都千代田区丸ノ内3の5 東京都中央区日本橋蛎殻町3の2 東京都文京区柳町22 東京都北多摩郡狛江町岩戸1229 東京都千代田区丸の内3の8 東京都千代田区神田淡路町2の9 東京都荒川区日暮里町2の17

## 「地震」投稿規定

1. 論説の投稿は、原則として、地震学会で講演済みのものに限る. 2. 論説の長 さは, 当分の間, なるべく刷上り 10 頁 (400 字詰原稿用紙 20 枚位) 以内とする. 3. 原稿は400字詰原稿用紙に横書に認め、仮名は平仮名、なるべく新仮名づかいを 用い、外国語は片仮名又は原語を用いること. 4. 原稿用紙各頁に字数を赤字で明 記すること. 5. 論説原稿には必ず欧文題目と欧文要旨をつけること. 6. 句読 点, 等を明瞭に記入すること. 7. 地名, 人名の読みにくいものには振仮名をつ けること. 8. 数字は漢字を用いず、アラビヤ数字を用いること. 9. 数式、特 に本文中の式は、 なるべく 1 行以上を占領せざる形 (例えば、 $k/\mu$ 、 $\sin$   $\{(s\pi x/l)\}$  $-(s\pi ct/l)$  の如く) に書くこと. 10. 挿図は黒インキにて明瞭に書き、刷上り寸 法又は縮率を必ず記入すること. 刷上り寸法横 12 cm 縦 18 cm 以上にならないよう に注意すること. 図の中の文字は刷上り 1mm 以下にならぬよう特に注意すること. 原稿に赤字で図の挿入場所を指定すること. 11. 挿図,表等の説明には欧文を用 いること. 12. 引用文献は最後に本文中の引用箇所の番号を附して記載すること. 註は脚註とし、引用箇所の番号(註1の如く)附して別紙にしたためること。 特殊な図版は(折込,色刷,アート等,用紙を含み)当分の間著者が費用を負担 すること. 15. 別刷は 100 部を贈呈し, それ以上は著者の負担とする. 16. 再校以後の校正は、編輯係に一任のこと. 17. 寄書は刷上り2頁未満(400 字詰原 稿用紙約5枚) とし、欧文題目をつけること、寄書の図面は、刷上り横6cm。又は 12 cm にするように書くこと.

昭和36年3月20日 印刷 第2網 第14 巻 第1号 昭和36年3月25日 発行

東京大学理学部地球物理学教室内

東京都新宿区山吹町184番地

印刷 所 株式会社 国際文献印刷社

 発 行 所
 東京大学理学部 地球物理学教室内 地

 </t

# ZISIN

# JOURNAL OF THE SEISMOLOGICAL SOCIETY OF JAPAN

Vol. 14, No. 1

SECOND SERIES

March 1961

ARTICLES
Regional Metamorphism and Physical State of the Crust
Some Remarks on the Solutions of the Equation of Motion in an Isotropic and Homogeneous Elastic Body
—Especially on the Uniqueness of the Solution for Boundary Value Problems in an Infinite Elastic Medium—
The Mean Radius of Felt Area is Better than the Maximum
Radius for Earthquake ClassificationsSadao Міуамото29
Relation between the Magnitude and Radius of Felt Area of Earthquakes
Determination of the Depth of Earthquake Hypocenter by means of $\Delta$ -PS Curve
CORRESPONDENCES
On Attenuation Coefficients of Seismic Waves Radiated from an Explosive Seismic Origin
Waves due to SH-Origin in an Elastic Body with any Angled Edge
Asymptotic Solutions of Linear Differential Equation of Second Order
SEISMOLOGICAL NOTES

#### Published

by

the Seismological Society of Japan, c/o Geophysical Institute, Faculty of Science, Tokyo University. Hongo, Bunkyo-ku, Tokyo, Japan.